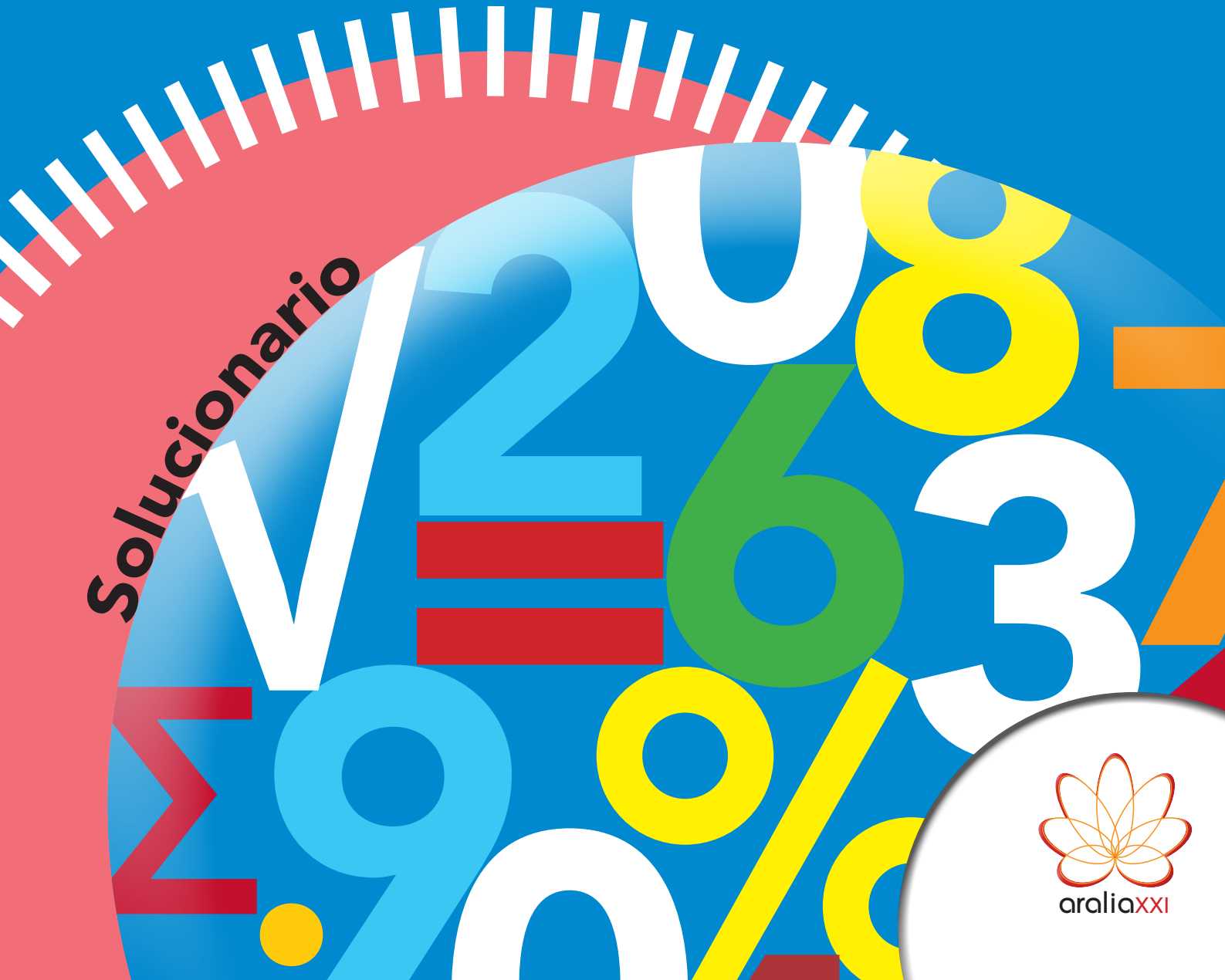
Matemáticas

Repasa y aprueba 4º ESO

Solucionario



aralia XXI

Matemáticas

Repasa y aprueba 4° ESO

Solucionario

Autores
Pedro Ortega Pulido
Laura Mollejo Villasevil

Jefe de ediciones
Fadel Akhamlich Campos

Edición
Ana Colera Cañas

Corrección numérica
Óscar Reynaldo Madiedo Castro

Responsable maquetación
Esther Bermejo Vez

Maquetación
Aralia XXI

Diseño de cubiertas
Aralia XXI

Diseño de interiores
Aralia XXI

Ilustraciones
Ana Colera Cañas

Grupo APYCE
c/ Uranio, 5, Pol. Ind. San José de Valderas
28918 Leganés (Madrid)

Tel./Fax: 916 19 32 60
www.librosapyce.com
info@librosapyce.com

Aralia XXI es un sello editorial de Grupo APYCE

© Pedro Ortega Pulido
© Laura Mollejo Villasevil
© Aplicaciones Pedagógicas y Comercialización Editorial (APYCE), S. L.

Cuaderno
ISBN: 978-84-16474-06-6
Depósito legal: M-27119-2015
Solucionario
ISBN: 978-84-16474-07-3
Depósito legal: M-27122-2015
Impreso en España

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, ni su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin permiso previo por escrito del editor.

Índice

1. Números racionales 4

- Los racionales. Fracciones equivalentes. Comparación
- Operaciones con fracciones
- Expresión decimal de una fracción
- Fracción generatriz de un número decimal
- Representación de números racionales. Teorema de Tales

2. Números reales 14

- Los números reales
- Aproximación decimal de un número real. Errores
- Representación de números irracionales
- Intervalos. Definición y significado
- Semirrectas. Definición y significado
- Operaciones con intervalos y semirrectas
- Valor absoluto de un número real. Entornos

3. Potencias y raíces de números reales 24

- Potencias de exponente natural y entero
- Notación científica
- Potencias de exponente fraccionario. Propiedades
- Operaciones con radicales
- Simplificación y reducción de radicales
- Producto y cociente de radicales de distinto índice. Comparación de radicales
- Extraer e introducir factores en un radical
- Racionalización de denominadores
- Suma y resta de radicales

4. Proporcionalidad 34

- Proporcionalidad simple
- Proporcionalidad compuesta
- Repartos directa e inversamente proporcionales
- Porcentajes
- Aumentos y disminuciones porcentuales
- Interés simple
- Interés compuesto

5. Polinomios 44

- Polinomios. Valor numérico
- Suma y resta de polinomios
- Producto de polinomios
- División de polinomios
- Regla de Ruffini
- Teorema del resto
- Teorema del factor
- Raíces de un polinomio
- Factorización de un polinomio
- Cálculo del m.c.m. y M.C.D. de varios polinomios

6. Ecuaciones e inecuaciones 58

- Ecuaciones de primer grado
- Ecuaciones de segundo grado
- Ecuaciones polinómicas de grado superior a dos
- Ecuaciones con radicales
- Fracciones algebraicas. Operaciones
- Ecuaciones racionales
- Inecuaciones de primer grado con una incógnita

7. Sistemas de ecuaciones 70

- Ecuaciones lineales con dos incógnitas. Representación
- Sistema de ecuaciones. Soluciones. Sistemas equivalentes
- Clasificación de los sistemas de ecuaciones lineales
- Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales
- Sistemas de ecuaciones no lineales
- Resolución de problemas mediante sistemas

8. Semejanza. Teorema de Tales 78

- Semejanza
- Teorema de Tales y triángulos en posición de Tales
- Criterios de semejanza de triángulos
- Teorema de la altura
- Teorema del cateto
- Resolución de problemas: cálculo de distancias

9. Trigonometría 86

- Medidas de ángulos
- Razones trigonométricas de un ángulo agudo
- Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera
- Relaciones fundamentales de las razones trigonométricas
- Resolución de triángulos rectángulos
- Aplicaciones de la trigonometría

10. Geometría analítica 96

- Vectores. Elementos de un vector
- Operaciones con vectores
- Problemas métricos
- Ecuaciones vectorial y paramétrica de una recta
- Ecuación continua de una recta
- Ecuaciones punto–pendiente y explícita de una recta
- Ecuación general de la recta
- Posiciones relativas de dos rectas en el plano

11. Funciones 106

- Concepto de función
- Gráfica de una función
- Crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos
- Continuidad y discontinuidad
- Funciones lineales y afines
- Funciones cuadráticas
- Funciones exponenciales

12. Estadística y probabilidad 114

- Conceptos básicos
- Tablas de frecuencias de variables discretas
- Tablas de frecuencias de datos agrupados
- Representación gráfica de variables estadísticas
- Parámetros de centralización
- Parámetros de dispersión
- Técnicas de recuento: variaciones, permutaciones y combinaciones
- Experimentos aleatorios y sucesos
- Probabilidad de un suceso
- Probabilidad de experimentos compuestos
- Probabilidad condicionada. Sucesos dependientes e independientes
- Probabilidad total

1 Números racionales

1.1 Los racionales. Fracciones equivalentes. Comparación

Una fracción es una expresión numérica que expresa el cociente indicado de dos números: el numerador y el denominador.

$\frac{5}{7}$ ← Numerador
← Denominador

Las fracciones, además de expresar el cociente indicado de dos números indican:

Un valor decimal	Las partes de un todo	Un operador
El valor decimal de una fracción se obtiene dividiendo numerador entre denominador: $\frac{5}{7} = 5 : 7 = 0{,}71$	El denominador indica las partes en las que se divide la unidad y el numerador indica las partes que se toman de la unidad: $\frac{5}{7}$ «cinco séptimos». La unidad se divide en siete partes y se toman cinco.	Para obtener la fracción de una cantidad se multiplica la cantidad por el numerador y se divide por el denominador: $\frac{5}{7}$ de $14 = \frac{5}{7} \cdot 14 = \frac{70}{7} = 10$

Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalentes si representan la misma parte del todo o tienen el mismo valor numérico.

Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes si se verifica que: $a \cdot d = b \cdot c$.

Ejemplo. Las fracciones $\frac{7}{6}$ y $\frac{14}{12}$ son equivalentes puesto que $7 \cdot 12 = 6 \cdot 14 = 84$.

El conjunto de todas las fracciones equivalentes entre sí determinan un mismo número que se denomina número racional. El conjunto de los números racionales se representan con la letra ℚ.

Simplificar una fracción consiste en dividir numerador y denominador por el mismo número. Cuando una fracción no se puede simplificar decimos que es una **fracción irreducible.**

Ejemplo. La fracción $\frac{42}{60}$ se puede simplificar ya que podemos dividir el numerador y el denominador por 6:

$$\frac{42}{60} = \frac{7}{10}$$

Como no se puede simplificar más $\frac{7}{10}$ es su fracción irreducible.

1 Indica cuáles de los siguientes pares de fracciones son equivalentes:

a. $\frac{4}{7}$ y $\frac{2}{10}$ No

b. $\frac{21}{12}$ y $\frac{7}{4}$ Sí

c. $\frac{5}{9}$ y $\frac{15}{27}$ Sí

2 Halla la fracción irreducible de las siguientes fracciones:

a. $\frac{270}{990} = \frac{3}{11}$

b. $\frac{54}{42} = \frac{9}{7}$

c. $\frac{11}{396} = \frac{1}{36}$

d. $\frac{130}{182} = \frac{5}{7}$

3 Halla una fracción equivalente a las fracciones siguientes que tenga el denominador dado:

a. $\frac{8}{5}$ y $\frac{7}{15}$ con denominador 30: Solución: $\frac{8}{5} = \frac{48}{30}$ y $\frac{7}{15} = \frac{14}{30}$

b. $\frac{12}{24}$ y $\frac{5}{16}$ con denominador 48: Solución: $\frac{12}{24} = \frac{24}{48}$ y $\frac{5}{16} = \frac{15}{48}$

Una forma de construir fracciones equivalentes con el mismo denominador es por el procedimiento de **reducir fracciones a mínimo común denominador.** Para ello:

1.º Calculamos el mínimo común múltiplo de los denominadores.

2.º Construimos fracciones equivalentes a las fracciones dadas que tengan por denominador el mínimo común múltiplo calculado en el paso anterior.

Ejemplo. Reduce a mínimo común denominador $\frac{2}{3}, \frac{5}{24}$ y $\frac{8}{15}$.

1.º Calculamos el mínimo común múltiplo de 3, 24, 15: m.c.m. (3, 24, 15) = 120.

2.º Construimos fracciones equivalentes a las anteriores con denominador 120:

$$\frac{2}{3} = \frac{80}{120}, \qquad \frac{5}{24} = \frac{25}{120}, \qquad \frac{8}{15} = \frac{64}{120}$$

4 Reduce a común denominador las siguiente fracciones:

a. $\frac{7}{10}, \frac{8}{20}$ y $\frac{5}{6}$

Solución:

$\frac{42}{60}, \frac{24}{60}, \frac{50}{60}$

b. $\frac{8}{13}, \frac{7}{5}$ y $\frac{13}{12}$

Solución:

$\frac{480}{780}, \frac{1092}{780}, \frac{845}{780}$

c. $\frac{9}{7}, \frac{5}{6}$ y $\frac{3}{8}$

Solución:

$\frac{216}{168}, \frac{140}{168}, \frac{63}{168}$

d. $\frac{1}{25}, \frac{5}{20}, \frac{7}{5}$ y $\frac{11}{10}$

Solución:

$\frac{4}{100}, \frac{25}{100}, \frac{140}{100}, \frac{110}{100}$

Para comparar dos fracciones tenemos en cuenta tres casos:

1. Si las fracciones tienen el **mismo denominador,** es mayor la que tiene mayor numerador.

Ejemplo. $\frac{9}{15} > \frac{4}{15}$

2. Si las fracciones tienen el **mismo numerador,** es mayor la que tiene menor denominador.

Ejemplo. $\frac{15}{4} > \frac{15}{9}$

3. En otro caso las fracciones se reducen a común denominador y se comparan.

5 Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones:

a. $\frac{6}{15}, \frac{7}{15}, \frac{5}{15}$ y $\frac{3}{15}$

Solución:

$\frac{3}{15} < \frac{5}{15} < \frac{6}{15} < \frac{7}{15}$

b. $\frac{7}{5}, \frac{7}{4}, \frac{7}{12}$ y $\frac{7}{8}$

Solución:

$\frac{7}{12} < \frac{7}{8} < \frac{7}{5} < \frac{7}{4}$

c. $\frac{3}{5}, \frac{8}{15}$ y $\frac{9}{30}$

Solución:

$\frac{9}{30} < \frac{8}{15} < \frac{3}{5}$

d. $\frac{4}{3}, -\frac{1}{2}, \frac{7}{8}, \frac{1}{7}$ y $\frac{5}{4}$

Solución:

$-\frac{1}{2} < \frac{1}{7} < \frac{7}{8} < \frac{5}{4} < \frac{4}{3}$

e. $\frac{8}{9}, \frac{6}{7}, \frac{1}{21}, \frac{3}{27}$ y $\frac{5}{3}$

Solución:

$\frac{1}{21} < \frac{3}{27} < \frac{6}{7} < \frac{8}{9} < \frac{5}{3}$

f. $\frac{4}{7}, -\frac{3}{4}, \frac{1}{3}, -\frac{4}{5}, \frac{7}{8}$ y $\frac{3}{12}$

Solución:

$-\frac{4}{5} < -\frac{3}{4} < \frac{3}{12} < \frac{1}{3} < \frac{4}{7} < \frac{7}{8}$

1.2 Operaciones con fracciones

Suma y diferencia de fracciones

a. Para sumar, o restar, fracciones que tienen el **mismo denominador** se suman, o restan, los numeradores y se deja el mismo denominador.

Ejemplo. $\frac{8}{12}+\frac{5}{12}-\frac{3}{12}=\frac{8+5-3}{12}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$

b. Para sumar, o restar, fracciones con **distinto denominador** primero se reducen todas ellas a común denominador (con el m.c.m. de los denominadores) y se suman, o restan, las fracciones obtenidas.

Ejemplo. $\frac{8}{5}+\frac{3}{2}-\frac{7}{8}-\frac{1}{10}=\frac{64}{40}+\frac{60}{40}-\frac{35}{40}-\frac{4}{40}=\frac{64+60-35-4}{40}=\frac{85}{40}=\frac{17}{8}$

c. Para sumar, o restar, un **número entero** a una fracción consideramos el número entero como una fracción que tiene como denominador 1.

Ejemplo. $\frac{8}{5}-4+\frac{1}{2}+2=\frac{16}{10}-\frac{40}{10}+\frac{5}{10}+\frac{20}{10}=\frac{16-40+5+20}{10}=\frac{1}{10}$

Producto de fracciones

El producto de dos fracciones es otra fracción que tiene por numerador el producto de los numeradores, y como denominador, el producto de los denominadores.

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

Inversa de una fracción

La fracción inversa de una fracción dada $\frac{a}{b}$ es la fracción $\frac{b}{a}$.

$$\text{Inversa}\ \frac{a}{b}=\frac{b}{a}$$

Cociente de fracciones

La división entre dos fracciones se obtiene multiplicando a la primera fracción por la fracción inversa de la segunda:

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$$

Ejemplos: $\frac{3}{5}\cdot\frac{7}{4}=\frac{21}{20}$; $\quad\frac{9}{7}:\frac{4}{5}=\frac{9}{7}\cdot\frac{5}{4}=\frac{45}{28}$

Potencia de una fracción

La potencia de una fracción es otra fracción que tiene por numerador la potencia del numerador y por denominador la potencia del denominador.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$$

Ejemplos. $\left(\frac{3}{5}\right)^3=\frac{3^3}{5^3}=\frac{27}{125}$; $\quad\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1^5}{2^5}=\frac{1}{32}$

Operaciones combinadas

Para realizar operaciones combinadas con fracciones se sigue la siguiente jerarquía:

1.º Se realizan los paréntesis y corchetes.

2.º Se realizan las potencias.

3.º Se realizan multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha.

4.º Se realizan las sumas y las diferencias de izquierda a derecha.

Ejemplo.

$$\frac{5}{9}-\left[-\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\cdot 3\right]-\frac{1}{3}:\left[\frac{1}{4}\right]^2 \underset{\text{(el producto del 1.º paréntesis)}}{=} \frac{5}{9}-\left[-\frac{3}{4}+\frac{3}{2}\right]-\frac{1}{3}:\left[\frac{1}{4}\right]^2 =$$

$$\underset{\text{(sumamos 1.º paréntesis)}}{=} \frac{5}{9}-\left[\frac{-3+6}{4}\right]-\frac{1}{3}:\left[\frac{1}{4}\right]^2 = \frac{5}{9}-\frac{3}{4}-\frac{1}{3}:\left[\frac{1}{4}\right]^2 =$$

$$\underset{\text{(realizamos la potencia)}}{=} \frac{5}{9}-\frac{3}{4}-\frac{1}{3}:\frac{1}{16} \underset{\text{(realizamos la división)}}{=} \frac{5}{9}-\frac{3}{4}-\frac{16}{3} =$$

$$\underset{\text{(hacemos resta reduciendo a m.c.m.)}}{=} \frac{20}{36}-\frac{27}{36}-\frac{192}{36} = \frac{-199}{36}$$

6 Realiza las siguientes operaciones y simplifica el resultado:

a. $\left[\frac{4}{7}-\frac{1}{2}\right]-\left[\frac{6}{5}+\frac{1}{3}\right]-\left[\frac{6}{9}+\frac{5}{3}\right]+\left[\frac{1}{4}-\frac{1}{8}-\frac{1}{6}\right] =$

Solución: $-\frac{3\,223}{840}$

b. $\frac{3}{5}-5+\left[\frac{1}{3}+\frac{7}{12}\right]-\left[\frac{4}{6}-\frac{5}{2}\right]+\left[4-\frac{1}{3}\right] =$

Solución: $\frac{121}{60}$

c. $\frac{3}{5}\cdot\left[\frac{2}{4}-\frac{1}{6}\right]-\frac{4}{5}\cdot\left[\frac{4}{7}-\frac{1}{2}\right]+7\cdot\frac{3}{2} =$

Solución: $\frac{149}{14}$

d. $\frac{7}{3}:\left[4-\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{9}{5}-3\right]\right]+2 =$

Solución: $\frac{173}{69}$

e. $\frac{2}{5}-\frac{3}{8}\cdot\left[-\frac{1}{5}+3\right]:\left[3-\frac{4}{6}\right]+\left[\frac{2}{3}\right]^2 =$

Solución: $\frac{71}{180}$

f. $1+\left[\frac{4}{3}-\frac{1}{6}\right]:\left[\frac{3}{8}-\frac{5}{4}\right]\cdot\left[\frac{2}{5}\right]^3 =$

Solución: $\frac{49}{81}$

g. $\left[\frac{2}{5}-\frac{1}{4}\right]\cdot\left[2-\frac{5}{2}\right]^2-\left[\frac{1}{2}\cdot\frac{(-3)}{5}:\frac{1}{4}+\left[3-\frac{1}{3}\right]\right] =$

Solución: $-\frac{343}{240}$

1.3 Expresión decimal de una fracción

Todas las fracciones se pueden expresar mediante un número decimal si efectuamos la división entre numerador y denominador.

Se pueden obtener tres tipos de números decimales:

a. Decimales exactos. Tienen un número limitado de cifras decimales.

Ejemplos. $\frac{5}{2} = 2,5$; $\frac{15}{20} = 0,75$

b. Decimales periódicos puros. Tienen infinitas cifras decimales pero hay una o varias cifras que se repiten indefinidamente, constituyen **el período.**

Ejemplos. $\frac{14}{3} = 4,66666... = 4,\hat{6}$; $\frac{28}{27} = 1,037037... = 1,\widehat{037}$

c. Decimales periódicos mixtos. Tienen infinitas cifras decimales, hay un conjunto de cifras que no se repiten, que forman **el anteperíodo,** y otro conjunto de cifras que se repiten indefinidamente, que forman **el período.**

Ejemplo. $\frac{14}{55} = 0,25454545... = 0,2\widehat{54}$. El anteperíodo es 2 y el período, 54.

7 Clasifica los siguientes números decimales en exactos, periódicos puros y periódicos mixtos:

a. 12,3333... Periódico puro

b. 0,02 Exacto

c. 0,022222... Periódico mixto

d. 9,23232323... Periódico puro

e. 2,23455555... Periódico mixto

f. 21,876876876... Periódico puro

8 Completa la siguiente tabla:

Fracción	N.° decimal	Parte entera	Parte decimal	Anteperíodo	Período	Tipo de n.° decimal
$\frac{7}{5}$	1,4	1	4	No	No	Exacto
$\frac{11}{3}$	$3,\hat{6}$	3	6666...	No	6	Periódico puro
$\frac{111}{90}$	$1,2\hat{3}$	1	233333...	2	3	Periódico mixto
$\frac{1229}{99}$	$12,\widehat{41}$	12	414141...	No	41	Periódico puro
$\frac{14}{33}$	$0,\widehat{42}$	0	4242...	No	42	Periódico puro

9 Ordena de menor a mayor los siguientes números decimales:

a. 1,23; $1,\widehat{23}$; $1,0\hat{3}$; $1,\hat{2}$; $1,2\hat{3}$ Solución: $1,0\hat{3} < 1,\hat{2} < 1,23 < 1,\widehat{23} < 1,2\hat{3}$

b. 6,5; $6,0\hat{5}$; $6,\widehat{12}$; $6,2\hat{1}$; 6,2 Solución: $6,0\hat{5} < 6,\widehat{12} < 6,2 < 6,2\hat{1} < 6,5$

c. $4,9\hat{8}$; 4,89; 4,9; 4,989; $4,\widehat{89}$ Solución: $4,89 < 4,\widehat{89} < 4,9 < 4,9\hat{8} < 4,989$

1.4 Fracción generatriz de un número decimal

Los números decimales exactos, periódicos puros y periódicos mixtos se pueden expresar mediante una fracción. Dicha fracción recibe el nombre de **fracción generatriz.**

Para hallar la fracción generatriz de un número decimal distinguiremos los tres casos que existen dependiendo de si el número es:

Exacto: $\dfrac{\text{Número sin la coma}}{\text{Unidad seguida de tantos 0 como cifras decimales tenga el número}}$

Ejemplo. $4{,}347 = \dfrac{4\,347}{1000}$ $\quad a{,}bc = \dfrac{abc}{100}$

Periódico puro: $\dfrac{\text{Número decimal sin coma} - \text{parte entera}}{\text{Tantos 9 como cifras tenga el período}}$

Ejemplo. $4{,}\overset{\frown}{347} = \dfrac{4\,347 - 4}{999} = \dfrac{4\,343}{999}$ $\quad a{,}\overset{\frown}{bcd} = \dfrac{abcd - a}{999}$

Periódico mixto: $\dfrac{\text{Número decimal sin coma} - \text{parte entera y anteperíodo}}{\text{Tantos 9 como cifras periódicas y tantos 0 como cifras del anteperíodo}}$

Ejemplo. $4{,}3\overset{\frown}{47} = \dfrac{4\,347 - 43}{990} = \dfrac{4\,304}{990}$ $\quad a{,}bc\overset{\frown}{def} = \dfrac{abcdef - abc}{99\,900}$

10 Halla la fracción generatriz de los siguientes números decimales:

a. $5{,}23 = \dfrac{523}{100}$

b. $7{,}\overset{\frown}{341} = \dfrac{7334}{999}$

c. $0{,}03 = \dfrac{3}{100}$

d. $0{,}0\overset{\frown}{3} = \dfrac{1}{30}$

e. $1{,}34\overset{\frown}{5} = \dfrac{1211}{900}$

f. $63{,}\overset{\frown}{45} = \dfrac{698}{11}$

g. $1{,}\overset{\frown}{02} = \dfrac{101}{99}$

h. $0{,}92 = \dfrac{46}{50}$

11 Efectúa las siguientes operaciones calculando previamente la fracción generatriz de los números decimales:

a. $1{,}23 - \dfrac{3}{4} + 2{,}\overset{\frown}{4} =$

Solución: $2{,}92\overset{\frown}{4}$

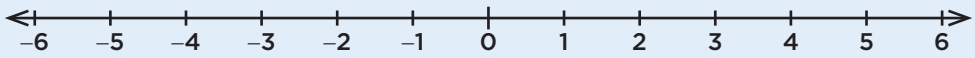
b. $\dfrac{0{,}9\overset{\frown}{8}}{1{,}2} - 4{,}\overset{\frown}{5} =$

Solución: $-3{,}73\overset{\frown}{148}$

1.5 Representación de números racionales. Teorema de Tales

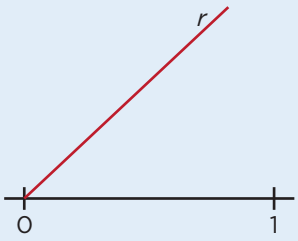
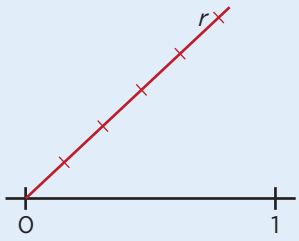
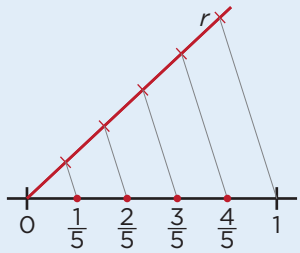
Para representar los números racionales en una recta tendremos en cuenta lo siguiente:

a. Si el número racional es un número entero, se representa como los números enteros en una recta:

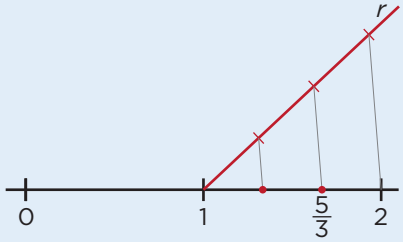


b. Si el número racional es una fracción podemos hacer uso del teorema de Tales siguiendo las indicaciones:

- Si la fracción es menor que uno:

Si queremos representar, por ejemplo, $\frac{4}{5}$, dibujamos un segmento de longitud 1, en uno de sus extremos trazamos una recta auxiliar.	Sobre la recta trazamos con un compás tantos segmentos iguales como indique el denominador de la fracción, en nuestro caso 5.	Unimos el último trazo con el punto 1. Trazamos paralelas a este segmento. Donde cortan nos van a indicar los puntos $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}$ y $\frac{4}{5}$.
		

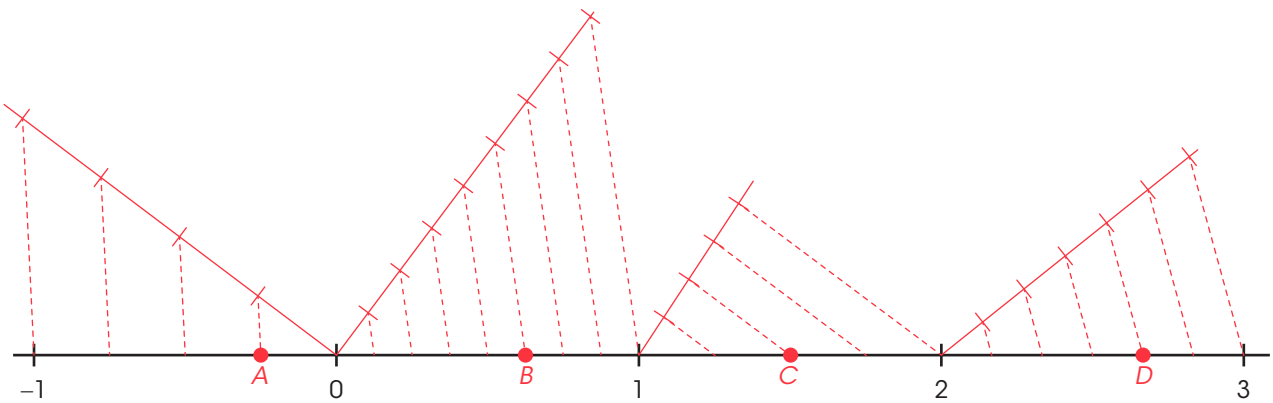
- Si la fracción a representar es mayor que uno, debemos expresar el número fraccionario como la suma de un número entero y una fracción menor que uno.



Para representar el número $\frac{5}{3}$ escribimos: $\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3}$

Luego para dibujar $\frac{5}{3}$, en vez de dibujar partiendo de 0, partimos de 1 y con el procedimiento anterior dibujamos sobre la siguiente unidad $\frac{2}{3}$.

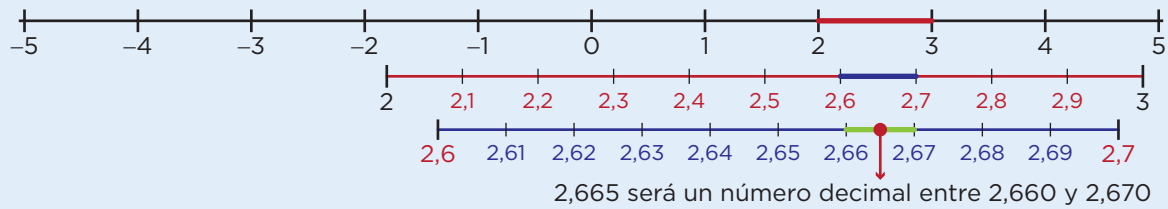
12 Indica cuáles son los números representados:



$A = -\frac{1}{4}$ $B = \frac{5}{8}$ $C = 1 + \frac{2}{4} = \frac{6}{4}$ $D = 2 + \frac{4}{6} = \frac{16}{6}$

c. Otra alternativa para representar un número fraccionario es obtener su expresión decimal y representarlo de forma aproximada, teniendo en cuenta que podemos ir acercándonos al número tanto como queramos a modo de «lupa».

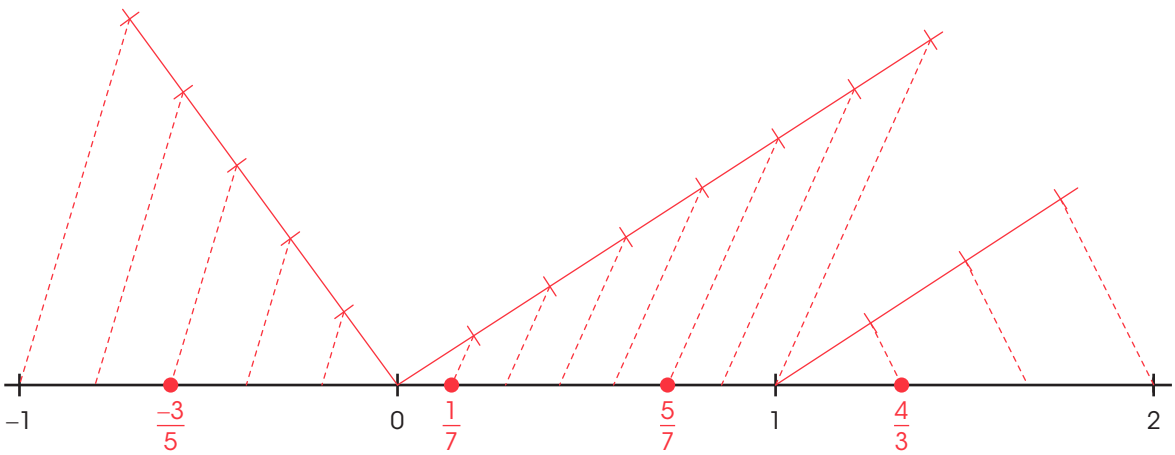
Ejemplo. Dibuja 2,665 en la recta real.



2,665 será un número decimal entre 2,660 y 2,670

13 Utiliza el teorema de Tales para representar en una recta los siguientes números racionales (representa los cuatro números en la misma recta).

a. $\frac{5}{7}$ b. $\frac{1}{7}$ c. $\frac{4}{3}$ d. $-\frac{3}{5}$



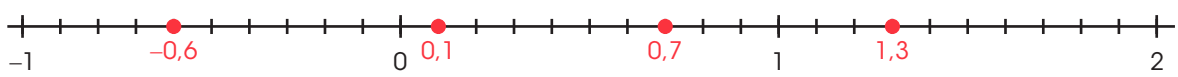
14 Obtén la expresión decimal hasta las décimas de las siguientes fracciones para representarlas de forma aproximada en una recta (representa los cuatro números en la misma recta).

a. $\frac{5}{7}$ = 0,7

b. $\frac{1}{7}$ = 0,1

c. $\frac{4}{3}$ = 1,3

d. $-\frac{3}{5}$ = –0,6



15 ¿Cuál de las dos representaciones es la más exacta, la que se obtiene usando el teorema de Tales o la que se obtiene a través de la expresión decimal aproximada?

Solución: La que se obtiene usando el teorema de Tales.

Problemas

1. Verónica ha recorrido $\frac{2}{7}$ de una carrera de atletismo. Si aún le faltan 1 500 metros para terminarla, ¿de cuántos metros es la carrera?

   Solución: 2 100 metros.

2. Se ha repartido una herencia, Juan ha recibido $\frac{2}{7}$ del total, Pedro ha recibido $\frac{9}{21}$ del total y Nuria ha recibido el resto. ¿Quién de los tres ha recibido más parte de la herencia? ¿Qué parte de la herencia ha recibido Nuria?

   Solución: Pedro es el que más ha recibido. Nuria ha recibido $\frac{6}{21}$ de la herencia.

3. Los $\frac{2}{5}$ de un poste están pintados de azul, los $\frac{2}{3}$ del resto están pintados de rojo, y el resto, que mide 4 metros, está pintado de blanco. ¿Cuál es la altura del poste? ¿Qué parte está pintada de rojo?

   Solución: 20 metros mide el poste.

   Estaban pintadas de rojo las $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$, es decir, 8 metros.

4. María, Ana y Cristina han gastado 360 € en libros de texto. El importe que gastó Cristina es $\frac{1}{2}$ del que gastó Ana, y María gastó $\frac{3}{4}$ del importe que gastó Ana. ¿Cuánto dinero gastó cada una?

   Solución: María: 120 €, Ana 160 € y Cristina 80 €.

5. Una determinada uva produce $\frac{3}{7}$ de su peso en litros de vino. ¿Cuántas botellas de $\frac{3}{4}$ de litro serán necesarias para envasar una producción de 22 400 kilogramos de uva?

   Solución: 12 800 botellas de $\frac{3}{4}$ de litro.

Autoevaluación

1. Si $\frac{3}{4} = \frac{x}{16}$, ¿cuánto vale x?

a. 15 b. 12 c. 10 d. 24

2. El resultado de $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} : 2$ es:

a. $-\frac{2}{6}$ b. $-\frac{1}{12}$ c. $\frac{1}{12}$ d. $\frac{1}{3}$

3. El resultado de operar $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} - \frac{5}{2}$ es:

a. $-\frac{21}{10}$ b. $-\frac{16}{10}$ c. $\frac{21}{10}$ d. $\frac{8}{10}$

4. De las siguientes operaciones, ¿cuál de ellas da como resultado 2?

a. $8 - (5 - 3)$ c. $-6 - 8 \cdot (-1)$

b. $(-6) + 8 \cdot (-1)$ d. $12 : 6 \cdot (-1)$

5. ¿Qué número entero está a una distancia de 6 unidades del –1 y es un número negativo?

a. 5 b. 7 c. –6 d. –7

6. La fracción irreducible de $\frac{20}{12}$ es:

a. $\frac{10}{6}$ b. $\frac{4}{3}$ c. $\frac{5}{3}$ d. $\frac{3}{5}$

7. De los siguientes números $\frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{12}{35}, \frac{2}{5}$, ¿cuál es el mayor?

a. $\frac{3}{5}$ b. $\frac{4}{7}$ c. $\frac{12}{35}$ d. $\frac{2}{5}$

8. La fracción $\frac{2}{5}$ equivale a:

a. 30% b. 40% c. 35% d. 45%

9. El resultado de $2 - \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} : 4$ es:

a. $\frac{19}{10}$ b. $\frac{8}{20}$ c. $\frac{14}{60}$ d. $\frac{84}{10}$

10. ¿Cuál de los siguientes números decimales es periódico puro?

a. $0,5\hat{4}$ b. $0,\overline{51}$ c. 0,55 d. $0,5\hat{6}$

11. El número decimal $78,\overline{78}$ es un número decimal:

a. Exacto c. Periódico puro

b. Entero d. Periódico mixto

12. ¿Cuál es la expresión decimal de la fracción $\frac{3}{5}$?

a. 0,6 b. $0,\hat{6}$ c. 0,5 d. 0,65

13. La fracción generatriz del número decimal 3,4 es:

a. $\frac{33}{9}$ b. $\frac{34}{10}$ c. $\frac{33}{90}$ d. $\frac{34}{9}$

14. La fracción generatriz del número $1,\overline{23}$ es:

a. $\frac{123}{100}$ b. $\frac{122}{99}$ c. $\frac{111}{99}$ d. $\frac{111}{100}$

15. La fracción generatriz del número decimal $2,4\hat{6}$ es:

a. $\frac{222}{90}$ b. $\frac{246}{90}$ c. $\frac{246}{100}$ d. $\frac{222}{99}$

16. ¿Cuál es la parte entera de $32,\overline{25}$?

a. 25 b. 32 c. 2525... d. 3

17. ¿Cuál es el anteperíodo de $3,00\hat{4}$?

a. No tiene. c. 00

b. 3 d. 44...

18. De los números decimales 3,45; $3,45\hat{}$; $3,\overline{45}$; $3,\hat{4}$, ¿cuál es el menor?

a. 3,45 b. $3,45\hat{}$ c. $3,\overline{45}$ d. $3,\hat{4}$

19. Los $\frac{3}{4}$ de 80 son igual a:

a. 20 b. 60 c. 40 d. 50