

# Nuestro proyecto

Este libro está pensado desde una visión integral del aprendizaje de las matemáticas, poniendo al estudiante como artífice del mismo. Se produce a través de la experiencia y lo lúdico, y abordando los contenidos de múltiples formas, pues cada persona tiene una manera distinta de asimilar los conocimientos. Asimismo, se tiene en cuenta que el aprendizaje se potencia cuando se comparte, se hace en equipo, se comunica. Actualmente, las tecnologías de la información brindan una oportunidad que no puede desdeñarse, aportan información que hay que aprender a destilar, incluyen aplicaciones para poner en práctica y experimentar lo aprendido, ofrecen múltiples opciones de comunicar, terminando, así, de redondear un proceso de investigación y comunicación que fomente la autonomía y abra la puerta al futuro profesional que debería posibilitar la etapa educativa.

Por otra parte, un libro de texto tiene que ser una herramienta para el docente y ofrecer variedad de material para trabajar distintos conceptos y a diferentes niveles, abordando las competencias básicas, dando oportunidad de ampliación y refuerzo para atender a la diversidad de la clase, aportando actividades flexibles: lúdicas, de investigación, individuales y cooperativas, manipulativas y algorítmicas, conceptuales y reflexivas. También debe ser una guía a la que el alumnado pueda acudir y permitirle una gestión independiente de su aprendizaje.

**UNIDAD 9 Figuras planas elementales**

**En esta unidad aprenderás a...**

- Definir y reconocer polígonos y sus principales elementos.
- Clasificar los distintos tipos de polígonos atendiendo al número de lados, ángulos, etc.
- Construir con regla, compás y transportador de ángulos un triángulo, conociendo algunos de los lados y ángulos del mismo.
- Principales características de la circunferencia y el círculo.

A grandes rasgos, podemos definir un mosaico como un recubrimiento del plano colocando figuras de manera que no se solapen ni quede ningún hueco entre ellas. Cada una de estas figuras son denominadas teselas. Existen numerosas maneras de crear un mosaico, las más sencillas están formadas por la unión de polígonos regulares. A partir de ellos, gracias a transformaciones: giro, simetrías y traslaciones podemos telear un plano con las más ingeniosas figuras. No hay más que ver la obra del artista holandés Maurits Cornelis Escher, que dibujó sorprendentes figuras que encajaban entre sí formando bellas mosaicos.

A lo largo de la historia nos encontramos con multitud de culturas que emplearon la geometría para crear mosaicos con distintos fines: intelectual en Grecia, decorativo en Roma, religioso en el mundo islámico... consiguiendo con ello verdaderas maravillas.

**Responde**

- ¿Qué figura geométrica está formada por todos los puntos que distan 3 cm de uno dado?
- ¿Qué nombre recibe el cuadrilátero que es un polígono regular?
- Escribe todas las características que conozcas de los siguientes polígonos:
  - Triángulo
  - Cuadrado
  - Hexágono
  - Polígono
- ¿Cuánto mide el ángulo  $\alpha$  de la figura? (Concurso de Primavera XVII, 2014, Nivel 2).

Las dos páginas iniciales de cada unidad presentan los objetivos que pretenden alcanzarse, un breve texto introductorio en el que se ubicarán algunos de los conceptos que deberán abordarse y unas cuestiones que permiten aplicarlos al tiempo que se ejercitan los procedimientos adquiridos en etapas anteriores. En primero, una de estas es siempre un problema de alguna edición del concurso de primavera.

Los contenidos de la unidad se desarrollan de manera clara y ordenada, distribuidos por epígrafes en los que aparecen destacadas las ideas fundamentales, acompañadas de ejemplos y actividades para practicar lo explicado.

**1 Polígonos**

Denominamos polígono a la porción del plano limitada por una línea poligonal cerrada. Sus elementos principales son:

- Lados:** cada uno de los segmentos que lo limitan:  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$ ...
- Vértices:** puntos de intersección de dos lados contiguos:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ...
- Ángulos:** ángulo determinado por dos lados consecutivos:  $\widehat{ABC}$ ...
- Diagonales:** segmentos que unen dos vértices no consecutivos:  $\overline{AC}$ ...

Un caso particular de polígonos son los polígonos regulares.

**Los polígonos regulares** son los que tienen sus ángulos y lados iguales.

En los polígonos regulares distinguimos también:

- Centro:** punto equidistante de los vértices y lados del polígono.
- Radio:** segmento que une el centro con un vértice.
- Apotema:** segmento perpendicular al lado que une el centro con el punto medio del lado.

Podemos clasificar los ángulos de un polígono en:

- Ángulo central:** formado por dos radios consecutivos con vértice en el centro del polígono.
- Ángulo interior:** formado por dos lados consecutivos.
- Ángulo exterior:** formado por un lado y la prolongación de su contiguo.

Podemos clasificar los polígonos por diferentes características:

Clasificación de los polígonos	
Número de lados	Tipo de ángulos interiores
Triángulo (3 lados)	Convexo
Cuadrilátero (4 lados)	Cóncavo
Polígono (5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000	Alguno de sus ángulos interiores mide más de $180^\circ$ .

**Practica y aprende**

- Indica cuáles de las figuras planas del margen son polígonos.

**1.1. Ángulos de un polígono regular**

- Ángulos centrales.** Dado que la unión de todos los ángulos centrales de un polígono de  $n$  lados forman un ángulo completo, la medida de cada uno de ellos es:
 
$$\widehat{\alpha}_c = \frac{360^\circ}{n}$$
- Ángulos interiores.** Observa que un polígono de  $n$  vértices se puede triangular formando  $n - 2$  triángulos. Como la suma de los ángulos de un triángulo es  $180^\circ$ , entonces, la de los ángulos de un polígono de vértices es  $180^\circ \cdot (n - 2)$ . Ahora bien, como en los polígonos regulares todos los ángulos interiores miden lo mismo la medida de uno de ellos es:
 
$$\widehat{\alpha}_i = \frac{180^\circ \cdot (n - 2)}{n} = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$$
- Ángulos exteriores.** Los ángulos interiores y exteriores de un polígono son suplementarios por lo tanto, la medida de un ángulo exterior es:
 
$$\widehat{\alpha}_e = 180^\circ - \widehat{\alpha}_i = \frac{360^\circ}{n}$$

**Ejemplo**

Calculamos el valor de todos los ángulos de un pentágono regular:

- Ángulo central:  $\widehat{\alpha}_c = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$
- Ángulo interior:  $\widehat{\alpha}_i = \frac{180^\circ \cdot (5 - 2)}{5} = 108^\circ$
- Ángulo exterior:  $\widehat{\alpha}_e = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$
- Suma ángulos interiores:  $\Sigma \widehat{\alpha}_i = 180^\circ \cdot (5 - 2) = 540^\circ$
- Suma ángulos interiores y exteriores:  $\Sigma (\widehat{\alpha}_i + \widehat{\alpha}_e) = 180^\circ \cdot 5 = 900^\circ$

**1.2. Diagonales de un polígono**

Una diagonal es un segmento que une dos vértices no consecutivos, entonces, desde cada uno de los vértices de un polígono se podrán trazar  $n - 3$  diagonales. Así, para un polígono de  $n$  lados, teniendo en cuenta que una diagonal une dos vértices, tenemos:

El número de diagonales de un polígono de  $n$  lados es:

$$d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

**Ejemplo**

El número de diagonales de un pentágono será:  $d = \frac{5 \cdot (5 - 3)}{2} = 5$

**Practica y aprende**

- Dibuja un hexágono regular y señala en él sus elementos principales. Calcula el valor de todos sus ángulos y la suma de estos. ¿Cuántas diagonales tiene?

