



Matemáticas



ANDALUCÍA

La LOMLOE en nuestros libros

Los libros de **AEON** recogen los saberes básicos que el estudiante deberá adquirir, los establecidos por la ley, los que toda persona necesita para constituirse en miembro activo de su entorno social.

En **AEON** trabajamos con un objetivo muy claro, que nuestros manuales se conviertan en compañeros de viaje imprescindibles para nuestros jóvenes.

Se basan en la aplicación de metodologías activas y contextualizadas. El estudiante debe constituirse en sujeto activo de su aprendizaje, donde aprenda haciendo, para llegar a ser un ciudadano responsable, comprometido y crítico.

Desarrollan de manera transversal las competencias transformativas, las que, en un contexto cada vez más incierto, crean valor, ayudan a resolver tensiones e invitan a asumir responsabilidades.

Proponen un aprendizaje basado en el desarrollo de las competencias. El alumnado, a través de los aprendizajes esenciales (saberes, capacidades y actitudes) en los que se sustenta su formación, estará en condiciones de resolver con éxito los diferentes retos que se le presenten y alcanzar el perfil de salida establecido.

Fomentan el desarrollo de la competencia digital. Hoy día no es viable para las nuevas generaciones permanecer al margen del universo digital que lo envuelve todo, con sus indudables virtudes, pero también con peligros que deben conocerse y controlarse.

Incluyen saberes y competencias que aspiran a una educación más tolerante, inclusiva, donde la diversidad no sea un problema, comprometida con el desarrollo sostenible y la ciudadanía global.

¿Qué son?

Las situaciones de aprendizaje, según la LOMLOE, son «situaciones y actividades que implican el despliegue por parte del alumnado de actuaciones asociadas a competencias clave y competencias específicas y que contribuyen a la adquisición y desarrollo de las mismas».

El alumnado deberá, en primer lugar, servirse de unas capacidades (desempeños) imprescindibles para alcanzar el éxito durante el tiempo que dure su formación. Son las competencias clave, cuyo desarrollo será parte esencial de la tarea educativa.

Por su lado, las competencias específicas implicarían un nivel mayor de concreción, por lo que requieren de unos saberes básicos (conocimientos, destrezas y actitudes) propios de cada área y en conexión, asimismo, con determinados criterios de evaluación.

Otros rasgos estrechamente vinculados a las situaciones de aprendizaje son su carácter significativo (relacionado con el entorno del alumnado y sus vivencias), colaborativo y su organización, enfocada a un objetivo o producto final: la tarea que debe realizarse.

¿Cuáles son sus componentes?

- Identificación
- Justificación
- Descripción del producto final
- Concreción curricular
- Secuenciación didáctica
- Evaluación

¿Cómo las trabajamos?

- Identificando un punto de partida y un producto final que responda a los intereses del alumnado.
- Referenciando todas las acciones que se lleven a cabo con la vida cotidiana y el entorno inmediato.
- Potenciando el trabajo cooperativo y el aprendizaje entre iguales.

Además, entre las innumerables actividades que nuestra plataforma digital ofrece, contamos con una herramienta especialmente en línea con las metodologías implementadas por la nueva ley de educación. Se trata de las **lecciones digitales**, auténticas situaciones de aprendizaje para fomentar el trabajo colaborativo, así como el desarrollo de las distintas competencias.

Para practicar

36.  *Ana, Carlos, Pedro, Daniel y Arturo lanzan los dados en el orden en el que los hemos citado, comenzando por Ana. ¿Quién será el trigésimo cuarto en lanzar los dados?



37. En una caja hay 120 huevos, en otra 87 y en una tercera caja 72 huevos. ¿Cuántos huevos faltan para reunir 24 docenas?



38. Calcula:
- $3 \cdot 4 + 7 \cdot 10 - 18 : 2$
 - $(4 + 1) \cdot [(55 - 2) \cdot 16 + 34] - 96 : 3$
 - $(7 + 5) : 4 + 13 \cdot 6 - 80 : (22 + 18)$
 - $73 + 24 - 12 : 4 - 18 : 2$
 - $[(4 - 2) \cdot 17 + 34] \cdot (4 - 3) - 18 : 9 + 36 : 6$
 - $[(6 - 3) \cdot 87 + 39] \cdot (12 - 7) - 68 : 17 + 128 : 16$

39. Observa el ejemplo dado y luego efectúa las siguientes potencias:

Ejemplo

$$(7 - 5)^2 = 2^2 = 4$$

Observa que:

$$(7 - 5)^2 \neq 7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24$$

Primero has de efectuar el paréntesis y luego la potencia.

- $(7 + 43)^9$
 - $7^9 + 43^9$
 - $(2342 - 1923)^1$
 - $(595 - 497)^2$
 - $(1953 - 1952)^9$
40. *Efectúa las siguientes operaciones:
- $\sqrt{25} \cdot (3 + 2^3) - (5 - 3)^2$
 - $17^2 - 2^2 \cdot [(29 - 20)^2 - 12 \cdot (9 \cdot 4)]$
 - $3^4 : 9 + (27 - 21)^2 + 2 \cdot [3 - 2 \cdot (7 - 6)^3]$
 - $5^3 \cdot [20 \cdot (12 : 3)^2 - 6^2]$
41. *Calcula la raíz entera y el resto:
- $\sqrt{362}$
 - $\sqrt{534}$
 - $\sqrt{2349}$
 - $\sqrt{4740}$

Situación de aprendizaje

42. Hay números naturales con los que no podemos operar.



- Seguro que conoces el código postal de tu casa. Ahora bien, ¿podrías explicar en qué consiste este número natural?
- En grupos de 4, ¿podrías elaborar un listado sobre la utilidad que tienen estos números? Exponedlo en clase y ampliad con los argumentos de otros grupos.
- Si el código de dos personas es 14870 y 14880, ¿tendría sentido operar con ellos?
- Investiga dónde reside una persona cuyo código postal es el 14870.
- ¿Qué otros números de este tipo se te ocurren?
- ¿Cómo se denomina a este tipo de números que creamos con los naturales?

Situación de aprendizaje 1: Códigos postales

1. Introducción

Justificación:

- En esta primera unidad hemos conocido los números naturales, cómo se representan y ordenan, su uso, y diferentes operaciones que se pueden llevar a cabo con ellos. Vamos a descubrir que hay números naturales con los que no podemos operar.

Problema:

- ¿En qué consiste el número natural con el que se identifica tu código postal? ¿Tiene sentido operar con códigos postales? ¿Cómo se denomina este tipo de números que creamos con los números naturales?

Reto:

- Buscar información sobre cómo y para qué se crearon los códigos postales.
- Elaborar un listado sobre las utilidades que pueden tener estos números.
- Preparar una exposición para clase con la información encontrada, mostrando ejemplos reales.
- Debatir con los diferentes grupos la información expuesta.
- Explicar si tiene sentido operar con los códigos postales de personas que vivan en zonas diferentes.
- Investigar dónde reside una persona cuyo código postal es el 14870.
- Elaborar un listado de otros números del mismo tipo que los códigos postales.

Temporalización: la situación de aprendizaje se llevará a cabo en 1-2 sesiones.

Producto final: exposición de la utilidad de los códigos postales, con ejemplos reales.

Agrupamientos

- Algunas tareas se llevarán a cabo de forma individual, como la búsqueda de información.
- Otras tareas se llevarán a cabo por parejas, como el contraste de información.
- Y otras tareas se llevarán a cabo en grupos de 4, como la puesta en común de la información, la preparación de la exposición y el debate con otros grupos.
- Se elegirá un mediador que explique las labores a cada miembro del grupo y que pueda resolver dudas en caso necesario o trasladarlas al profesorado.

Objetivos:

- Poner en práctica lo aprendido en la unidad 1.
- Establecer una relación entre el contenido estudiado y la vida real.
- Llevar a cabo tareas de investigación.

Nuestro proyecto

Este libro está pensado desde una visión integral del aprendizaje de las matemáticas, poniendo al estudiante como artífice del mismo. La asimilación de los saberes se produce a través de la experiencia y lo lúdico, y abordándolos de múltiples formas, pues cada persona tiene una manera distinta de aprender. Asimismo, se tiene en cuenta que el aprendizaje se potencia cuando se comparte, se hace en equipo, se comunica. Actualmente, las tecnologías de la información brindan una oportunidad que no puede desdeñarse, aportan información que hay que aprender a destilar, incluyen aplicaciones para poner en práctica y experimentar lo aprendido, ofrecen múltiples opciones de comunicar, terminando, así, de redondear un proceso de investigación y comunicación que fomente la autonomía y abra la puerta al futuro profesional que debería posibilitar la etapa educativa.

Por otra parte, un libro de texto tiene que ser una herramienta para el docente y ofrecer variedad de material para trabajar distintos conceptos y a diferentes niveles, abordando las competencias básicas, dando oportunidad de ampliación y refuerzo para atender a la diversidad de la clase, aportando actividades flexibles: lúdicas, de investigación, individuales y cooperativas, manipulativas y algorítmicas, conceptuales y reflexivas. También debe ser una guía a la que el alumnado pueda acudir y permitirle una gestión independiente de su aprendizaje.

UNIDAD 9 Figuras planas elementales

En esta unidad aprenderás a...

- Definir y reconocer polígonos y sus principales elementos.
- Clasificar los distintos tipos de polígonos entendiendo el número de lados, ángulos, etc.
- Construir con regla, compás y transportador de ángulos un triángulo, conociendo algunos de los lados y ángulos del mismo.
- Principales características de la circunferencia y el círculo.

A grandes rasgos, podemos definir un mosaico como un recubrimiento del plano utilizando figuras de manera que no se solapen ni quede ningún hueco entre ellas. Cada una de estas figuras son denominadas teselas. Existen numerosas maneras de crear un mosaico, las más sencillas están formadas por la unión de polígonos regulares. A partir de ellos, gracias a transformaciones: giros, simetrías y traslaciones podemos telear un plano con las más ingeniosas figuras. No hay más que ver la obra del artista holandés Maurits Cornelis Escher, que dibujó sorprendentes figuras que encajaban entre sí formando bellas composiciones.

A lo largo de la historia nos encontramos con multitud de culturas que emplearon la geometría para crear mosaicos con distintos fines: intelectual en Grecia, decorativo en Roma, religioso en el mundo islámico... consiguiendo con ello verdaderas maravillas.

Responde

- ¿Qué figura geométrica está formada por todos los puntos que distan 3 cm de uno dado?
- ¿Qué nombre recibe el cuadrilátero que es un polígono regular?
- Escribe todas las características que conozcas de los siguientes polígonos:
 - Triángulo
 - Cuadrado
 - Polígono irregular
 - Polígono regular
- ¿Cuánto mide el ángulo α de la figura? (Concurso de Primavera XVII, 2014, Nivel 2).

Las dos páginas iniciales de cada unidad presentan los objetivos que pretenden alcanzarse, un breve texto introductorio en el que se ubicarán algunos de los conceptos que deberán abordarse y unas cuestiones que permiten aplicarlos al tiempo que se ejercitan los procedimientos adquiridos en etapas anteriores. En primero, una de estas actividades es siempre un problema de alguna edición del **concurso de primavera**.

Los saberes de la unidad se desarrollan de manera clara y ordenada, distribuidos por epígrafes en los que aparecen destacadas las ideas fundamentales, acompañadas de ejemplos y actividades para practicar lo explicado.

1 Polígonos

Denominamos polígono a la porción del plano limitada por una línea poligonal cerrada. Sus elementos principales son:

- Lados:** cada uno de los segmentos que lo limitan: \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} ...
- Vértices:** puntos de intersección de dos lados contiguos: A , B , C ...
- Ángulos:** ángulo determinado por dos lados consecutivos: \widehat{ABC} ...
- Diagonales:** segmentos que unen dos vértices no consecutivos: \overline{AC} ...

Un caso particular de polígonos son los polígonos regulares.

Los polígonos regulares son los que tienen sus ángulos y lados iguales.

En los polígonos regulares distinguimos también:

- Centro:** punto equidistante de los vértices y lados del polígono.
- Radio:** segmento que une el centro con un vértice.
- Apotema:** segmento perpendicular al lado que une el centro con el punto medio del lado.

Podemos clasificar los ángulos de un polígono en:

- Ángulo central:** formado por dos radios consecutivos con vértice en el centro del polígono.
- Ángulo interior:** formado por dos lados consecutivos.
- Ángulo exterior:** formado por un lado y la prolongación de su contiguo.

Podemos clasificar los polígonos por diferentes características:

Clasificación de los polígonos	
Número de lados	Tipo de ángulos interiores
Triángulo 3 lados	Convexo Cóncavo
Cuadrilátero 4 lados	
Pentágono 5 lados	
Hexágono 6 lados	

Todos sus ángulos interiores miden menos de 180° .
Alguno de sus ángulos interiores mide más de 180° .

Practica y aprende

- Indica cuáles de las figuras planas del margen son polígonos.

1.1. Ángulos de un polígono regular

Ángulos centrales. Dado que la unión de todos los ángulos centrales de un polígono de n lados forman un ángulo completo, la medida de cada uno de ellos es:

$$\widehat{\alpha}_c = \frac{360^\circ}{n}$$

Ángulos interiores. Observa que un polígono de n vértices se puede triangular formando $n - 2$ triángulos. Como la suma de los ángulos de un triángulo es 180° , entonces, la de los ángulos de un polígono regular es $180^\circ \cdot (n - 2)$. Ahora bien, como en los polígonos regulares todos los ángulos interiores miden lo mismo la medida de uno de ellos es:

$$\widehat{\alpha}_i = \frac{180^\circ \cdot (n - 2)}{n} = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$$

Ángulos exteriores. Los ángulos interiores y exteriores de un polígono son suplementarios por lo tanto, la medida de un ángulo exterior es:

$$\widehat{\alpha}_e = 180^\circ - \widehat{\alpha}_i = \frac{360^\circ}{n}$$

Ejemplo

Calculamos el valor de todos los ángulos de un pentágono regular:

- Ángulo central: $\widehat{\alpha}_c = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$
- Ángulo interior: $\widehat{\alpha}_i = 180^\circ - \frac{360^\circ}{5} = 108^\circ$
- Ángulo exterior: $\widehat{\alpha}_e = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$
- Suma ángulos interiores: $\Sigma \widehat{\alpha}_i = 180^\circ \cdot (5 - 2) = 540^\circ$
- Suma ángulos interiores y exteriores: $\Sigma (\widehat{\alpha}_i + \widehat{\alpha}_e) = 180^\circ \cdot 5 = 900^\circ$

1.2. Diagonales de un polígono

Una diagonal es un segmento que une dos vértices no consecutivos, entonces, desde cada uno de los vértices de un polígono se podrán trazar $n - 3$ diagonales. Así, para un polígono de n lados, teniendo en cuenta que una diagonal une dos vértices, tenemos:

El número de diagonales de un polígono de n lados es:

$$d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

Ejemplo

El número de diagonales de un pentágono será: $d = \frac{5 \cdot (5 - 3)}{2} = 5$

Practica y aprende

- Dibuja un hexágono regular y señala en él sus elementos principales. Calcula el valor de todos sus ángulos y la suma de estos. ¿Cuántas diagonales tiene?

Nuestro proyecto

Para recordar

FIGURAS PLANAS ELEMENTALES

Región del plano delimitada por una línea poligonal cerrada. Sus elementos son lados, vértices, ángulos y diagonales. En los polígonos regulares distinguimos también el centro, radio y apotema. Los polígonos se clasifican según:

- Su número de lados: triángulos, cuadriláteros, pentágonos, hexágonos...
- La medida de sus ángulos: cóncavo y convexo.

Ángulos centrales: $A_i = \frac{360^\circ}{n}$
 Ángulos interiores: $A_i = \frac{180^\circ(n-2)}{n} = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$
 Ángulos exteriores: $A_i = 180^\circ - A_i$

Clasificación de los triángulos

Medida de los lados		Medida de los ángulos		
Equilátero	Isósceles	Escaleno	Acutángulo	Rectángulo
Obtusángulo				

Triángulos

todos sus lados y ángulos son iguales.
 Dos lados y ángulos iguales y uno desigual.
 Tres lados y ángulos de los tres medidos.
 Todos sus ángulos son agudos.
 Uno de sus ángulos es recto (90°).
 Uno de sus ángulos es obtuso (más de 90°).

Se pueden construir triángulos:

- Conociendo las longitudes de sus tres lados.
- Conociendo las longitudes de dos de sus lados y la amplitud del ángulo que forman.
- Conociendo las amplitudes de dos ángulos y la longitud de uno de sus lados.

Cuadriláteros

Paralelogramos: cuatro lados paralelos dos a dos y ángulos opuestos iguales. Las diagonales se cortan en el centro del polígono. Los paralelogramos se clasifican en: cuadrado, rectángulo, rombo y romboido.

Trapezoides: cuatro lados con dos paralelos (bases). Los ángulos que forman los lados no paralelos con sus bases son suplementarios. Los trapezoides se clasifican en: isósceles, rectángulo y escaleno.

Trapezoides: polígonos de cuatro lados no paralelos.

La circunferencia está formada por los puntos que equidistan de un único punto llamado **centro**, **C**, una determinada distancia llamada **radio**, **r**. El círculo es la figura plana formada por la circunferencia y todos los puntos interiores a ella.

Circunferencia y círculo

	Punto-circunferencia	Recta-circunferencia	Dos circunferencias
Interior	Exterior	Tangente	Interiores, exteriores, tangentes, secantes, concéntricas.
Contenido		Secante	

Para practicar

- Si el ángulo interior de un polígono regular tiene una amplitud de 120° , ¿cuánto mide su ángulo exterior? ¿De qué polígono se trata?
- Si el ángulo exterior de un polígono regular mide 45° , ¿cuánto mide su ángulo interior? ¿De qué polígono se trata?
- ¿Cuánto miden los tres ángulos exteriores de un triángulo si los tres interiores miden 25° , 85° y 70° ?
- Si la suma de los ángulos interiores y exteriores de un polígono es 720° , ¿de qué polígono se trata? ¿Y si esa suma es de 1260° ? ¿Y de 1620° ?
- ¿Cuántos lados tiene un polígono que tiene dos diagonales? ¿Y si tiene cinco diagonales?
- ¿Se puede formar un triángulo con tres segmentos de 5 , 3 y 8 cm? ¿Y con tres de 10 , 16 y 5 cm? Justifica tus respuestas.
- ¿Se puede construir un triángulo que tenga dos ángulos rectos?
- Si uno de los ángulos iguales de un triángulo isósceles es de 84° , ¿cuánto mide el ángulo desigual?
- Construye un triángulo equilátero de 16 cm de lado.
- Construye un triángulo rectángulo e isósceles cuyos catetos midan 12 cm.
- Construye un triángulo rectángulo que tenga un cateto de 10 cm y un ángulo agudo de 30° .
- Construye un triángulo que tenga un lado de 10 cm y los dos ángulos contiguos midan 60° y 45° .
- Calcula el valor del ángulo que falta en los siguientes polígonos:
 -
 -
 -
 -
 -
 -
- Conoce la medida de los cuatro lados de un cuadrilátero, ¿puedes determinar de qué cuadrilátero se trata o necesitas algún dato más?
- Conoce la medida de los cuatro ángulos de un cuadrilátero, ¿puedes determinar de qué cuadrilátero se trata o necesitas algún dato más?
- Clasifica cada una de las piezas del tangram.
- Dibuja y escribe los nombres de los siguientes cuadriláteros teniendo en cuenta que tienen:
 - Los lados paralelos dos a dos.
 - Los 4 lados iguales y 4 ángulos rectos.
 - Lados iguales dos a dos y 4 ángulos rectos.
 - Los 4 lados iguales y ángulos iguales dos a dos.
 - Lados no paralelos iguales dos a dos.
 - Un lado no paralelo perpendicular a los lados paralelos.
 - Solo dos lados paralelos.
 - Lados no paralelos iguales.
 - Los lados no paralelos desiguales y no perpendiculares a los paralelos.
 - Los lados no son paralelos.
- Indica cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas.
 - En un paralelogramo las diagonales se cortan perpendicularmente.
 - En un trapecio isósceles la longitud de los lados no paralelos es la misma.
 - Un trapecio es un paralelogramo que tiene los lados y los ángulos iguales dos a dos.
 - Un trapecio es un cuadrilátero con un par de lados paralelos.
- 80º Observa las siguientes figuras y clasifica los polígonos que las forman:
 -
 -

Al final del desarrollo de cada unidad, se incluye un cuadro denominado **Para recordar** a modo de síntesis de los saberes abordados.

Unas páginas de actividades llamadas **Para practicar** contienen numerosos ejercicios y problemas, dispuestos en dos columnas, diseñados para afianzar, consolidar y ejercitar los conceptos, algoritmos, resultados... estudiados. Entre estos, en primero, los marcados con un asterisco son los que presentan mayor dificultad. En el resto de cursos, el profesorado encuentra la graduación de las actividades en el manual del docente (esto evita que el alumnado pueda desmotivarse al conocer las actividades que por su nivel le proponen). Además se incluyen ocho tipos de actividades cooperativas señaladas mediante un símbolo y un número.

Una sección, **Curiosidades matemáticas**, puede ser trabajada con diversas metodologías, como el **aprendizaje cooperativo**, para favorecer la adquisición de las distintas competencias. En esta sección se apoya la reflexión con herramientas TIC, con elementos manipulativos, con juegos... para asegurar la comprensión de los conceptos.

Curiosidades matemáticas

Proyecto

Construir algunos polígonos con GeoGebra.

- GeoGebra presenta dos herramientas muy útiles para la construcción de polígonos.

Polígono	Se crean los vértices del polígono, pinchando, uno a uno volviendo al primero.
Polígono regular	Hemos de seleccionar dos vértices consecutivos y a continuación introducir el número de lados del polígono buscado.

Actividad 1

Con las herramientas anteriores construye un decágono regular. Después construye el polígono que resulta de unir 5 vértices alternos del decágono anterior.

- Con la siguiente herramienta puedes obtener la amplitud de un ángulo.

Ángulo	Hemos de seleccionar tres puntos o dos rectas.
--------	--

Actividad 2

Vamos a comprobar que el pentágono que hemos construido en el ejercicio anterior es regular, para ello veremos que todos sus ángulos son iguales, empleando la herramienta ángulo.

- A continuación, te mostramos un par de herramientas con las que podrás realizar la construcción de un triángulo equilátero, aprendida en la unidad!

Circunferencia (centro-punto)	Seleccionamos dos puntos: el centro de la circunferencia y un punto por el que pasa.
Intersección	Seleccionamos los dos objetos a intersecar.

Actividad 3

Dibuja dos puntos cualesquiera A y B y construye un triángulo equilátero que los tenga por vértices.

80º Actividad 4

Sigue los siguientes pasos para construir un octógono regular.

- Dibuja un cuadrado y sus dos diagonales.
- Dibuja las 8 bisectrices de los ángulos formados por un lado del cuadrado y la diagonal. Puedes trazarlas tal y como aprendiste en la unidad 8 o empleando la herramienta bisectriz.
- Determina los puntos de corte de las bisectrices trazadas.
- Señala el octógono regular que has obtenido en el centro del cuadrado cuyos vértices son los 8 puntos de corte de las bisectrices.
- Observa los puntos de corte de las bisectrices y verás que puedes encontrar otros 8 puntos que forman otro octógono regular.

Curiosidades matemáticas

Proyecto

Construir un mosaico con figuras geométricas conocidas.

Determinamos mosaico al recubrimiento del plano mediante figuras geométricas llamadas *teclas*. Para que un recubrimiento del plano con figuras geométricas pueda considerarse como tal se deben cumplir dos condiciones:

- Las figuras no pueden superponerse.
- No pueden quedarse huecos sin cubrir.

Aisladamente, el número de mosaicos que se pueden construir es limitado. Un claro ejemplo de ello son los mosaicos que decoran las paredes de la Alhambra (Granada), obra cumbre del arte musulmán en Europa.

En función del número de polígonos diferentes empleados con la construcción del mosaico, podemos distinguir numerosos tipos:

Actividad 1

El más sencillo de todos es el **mosaico regular**.

Los mosaicos regulares están formados por un único tipo de polígono regular y estos concurren en los vértices (triángulo equilátero, cuadrado y hexágono).

Construye con GeoGebra un mosaico regular, usando una disposición diferente a la anterior, con triángulos equiláteros y otros dos con hexágonos, juega con los colores para hacer tu mosaico.

Para practicar

- Si uno de los ángulos de un paralelogramo mide 36° , ¿cuánto mide el resto de los ángulos?
- Halla el valor de los ángulos central, interior y exterior de cada uno de los siguientes polígonos regulares:
 - Triángulo.
 - Hexágono.
 - Octógono.
 - Decágono.
 - Enadecágono.
 - Dodecágono.
 ¿Cuántas diagonales tiene cada uno de los polígonos?
- Completa la siguiente tabla:

	Semejanzas	Diferencias
Paralelogramo trapecio
Trapezio - trapecio
Paralelogramo - trapecio
- Indica el nombre de los siguientes ángulos con respecto a la circunferencia en cada caso:
 -
 -
 -
 -
 -
 -
- Señala tres radios, tres cuerdas y un diámetro en la siguiente figura.
- Indica la posición relativa de cada una de estas rectas respecto a la circunferencia:
- Indica la posición relativa de los siguientes pares de circunferencias:
 - $d_1 y e$
 - $d_2 y k$
 - $d_3 y q$
 - $d_4 y p$
 - $e_1 y r$
 - $e_2 y p$
- Las distancias de los puntos A, B, C, D y E al centro de una circunferencia de radio 10 cm son, respectivamente, 12 , 10 , 7 , 5 y 13 cm. ¿Qué posición ocupan dichos puntos respecto de la circunferencia?
- Las distancias del centro de una circunferencia de radio 8 cm a las rectas s , t , p y q son, respectivamente, 9 , 5 , 8 , 7 y 10 cm. ¿Cuáles son las posiciones relativas de las rectas y la circunferencia?
- Dadas dos circunferencias de radios 10 y 6 cm, ¿cuáles son, en cada caso, las posiciones relativas de las dos circunferencias, si las distancias entre sus centros son: 20 , 13 , 16 , 50 y 18 cm?

Situación de aprendizaje

30. ¿Todos los edificios tienen las paredes rectas?

- Estos edificios tienen nombre. ¿Puedes investigar cuáles son? (Pista: uno es chino y el otro alemán).
- ¿Cómo definirías la forma de cada uno de ellos? ¿A qué obedice este tipo de diseño?
- En grupos de 4, realizad un mural con edificios singulares próximos, explicando sus peculiaridades.
- Después de haber trabajado esta unidad, ¿cuál dirías que es la relación entre estos tres conceptos?

Elabora una redacción de unas 100 palabras para explicarlo.

```

    Arquitectura
    /      \
   Geometría --- Algebra
    
```

Autoevaluación

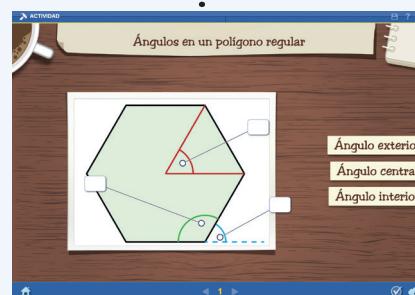
- Halla el valor de los ángulos central, interior y exterior de cada uno de los siguientes polígonos regulares:
 - Cuadrilátero.
 - Pentágono.
 - Isodécagono (20 lados).
 ¿Cuántas diagonales tienen cada uno de los polígonos?
- Determina la amplitud del ángulo que falta en cada uno de los siguientes polígonos:
 -
 -
- Dibuja un triángulo que cumpla cada una de las siguientes condiciones:
 - Las longitudes de sus lados son 6 cm, 8 cm y 10 cm.
 - La longitud de uno de sus lados es 5 cm y sus ángulos consecutivos 40° y 60° .
 - La longitud de dos lados consecutivos son 4 cm y 7 cm y el ángulo que forman tiene una amplitud 60° .
- Se divide una circunferencia en ocho partes iguales y se numeran 1, 2, 3, 4...
 - Si se unen las divisiones 1, 3, 6, 8, 1, ¿qué clase de cuadrilátero se forma?
 - Si se unen las divisiones 1, 2, 5, 6, 1, ¿qué clase de cuadrilátero se obtiene? ¿Cuánto miden sus ángulos?
- Si se divide una circunferencia en diez partes iguales y se numeran las divisiones, ¿qué clase de polígono se obtiene uniendo las divisiones 1, 3, 5, 7, 9, 1? ¿Cuánto miden sus ángulos?
- Dibuja una circunferencia y las siguientes rectas en las posiciones indicadas:
 - Recta r es secante.
 - Recta s es exterior.
 - Recta t es tangente.
- Dibuja dos circunferencias en las disposiciones que se indican:
 - Secantes.
 - Tangentes interiores.
 - Tangentes exteriores.
 - Exteriores.
 - Una interior a otra.
- ¿Cómo es la recta que une dos puntos que están situados a 18 y 12 cm del centro de una circunferencia de 15 cm de radio? ¿Y la recta que une dos puntos que están a 25 y 9 cm del centro de una misma circunferencia?
- ¿Pueden tener dos circunferencias una única tangente común? ¿En qué casos?
- ¿Cómo son entre sí dos circunferencias de radios iguales a 10 cm y la distancia entre sus centros es también 10 cm? ¿Y si es 20 cm? ¿Y si es nula?

Al final de la sección **Para practicar**, se incluye de manera sistemática una **Situación de aprendizaje**, esto es, una tarea de carácter significativo y colaborativo orientada al desarrollo de las competencias.

Una página de **Autoevaluación** permite comprobar los progresos realizados.

Si sabes hacer clic, ya eres digital

- **Si sabes hacer clic**, podrás disfrutar de todo lo que te ofrece nuestro libro digital.
- Una vez abierto el libro, no tendrás que volver a salir de sus páginas. Podrás abrir los iconos, realizar las tareas propuestas o visualizar las animaciones y vídeos, utilizar las herramientas para el desarrollo de las destrezas, etc., y regresar a la página en la que estabas.
- Algunos de los recursos están disponibles en varios idiomas.
- **Danos una oportunidad.** Ojea las páginas de un libro y abre sus recursos solo una vez. Después, no querrás volver a utilizar ningún otro manual.



Actividad

1 Polígonos

Denominamos polígono a la porción del plano limitada por una línea poligonal cerrada. Sus elementos principales son:

- ▶ **Lados:** cada uno de los segmentos que lo limitan; \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} ,...
- ▶ **Vértices:** puntos de intersección de dos lados contiguos; A , B , C ,...
- ▶ **Ángulos:** ángulo determinado por dos lados consecutivos; \widehat{ABC} ,...
- ▶ **Diagonales:** segmentos que unen dos vértices no consecutivos; \overline{AC} ,...

Un caso particular de polígonos son los polígonos regulares.

Los **polígonos regulares** son los que tienen sus ángulos y lados iguales.

En los polígonos regulares distinguimos también:

- ▶ **Centro:** punto equidistante de los vértices y lados del polígono.
- ▶ **Radio:** segmento que une el centro con un vértice.
- ▶ **Apotema:** segmento perpendicular al lado que une el centro con el punto medio del lado.

Podemos clasificar los ángulos de un polígono en:

- ▶ **Ángulo central:** formado por dos radios consecutivos con vértice en el centro del polígono.
- ▶ **Ángulo interior:** formado por dos lados consecutivos.
- ▶ **Ángulo exterior:** formado por un lado y la prolongación de su contiguo.

Podemos clasificar los polígonos por diferentes características:

Clasificación de los polígonos			
Número de lados	Tipos de ángulos interiores		
	Convexo	Cóncavo	
Triángulo 3 lados	Cuadrilátero 4 lados	Todos sus ángulos interiores miden menos de 180° .	
Pentágono 5 lados	Hexágono 6 lados	Alguno de sus ángulos interiores mide más de 180° .	

Practica y aprende

1. Indica cuáles de las figuras planas del margen son polígonos.

3 Operaciones con números enteros

3.1. Suma y resta de números enteros

Suma de números enteros con el mismo signo

- ▶ La suma de dos números enteros positivos es otro número entero positivo, cuyo valor absoluto es la suma de los valores absolutos de los sumandos. $(+4) + (+3) = +7$
- ▶ La suma de dos números enteros negativos es otro número entero negativo, cuyo valor absoluto es la suma de los valores absolutos de los sumandos. $(-4) + (-3) = -7$

Suma de números enteros con distinto signo

- ▶ La suma de dos números enteros de distinto signo es otro número entero del mismo signo que el del sumando de mayor valor absoluto, cuyo valor absoluto se obtiene restando los valores absolutos de los dos sumandos. $(+2) + (-3) = -1$
- ▶ $(+3) + (-2) = +1$

Resta de números enteros

- ▶ Restar números enteros es sumar al minuendo el opuesto del sustraendo. $(-8) - (-3) = (-8) + op(-3) = (-8) + (+3) = -5$
- ▶ $(+13) - (+15) = (+13) + op(+15) = (+13) + (-15) = -2$
- ▶ $(+2) - (-3) = (+2) + (+3) = +5$

Suma y resta de más de dos números enteros

- ▶ Para sumar o restar más de dos números enteros podemos realizar las operaciones en el orden en que aparecen, o bien, sumar por separado los números positivos y los negativos. $(+4) + (-5) + (-6) + (+3) = (-1) + (-6) + (+3) = -4$ $(+4) + (-5) + (-6) + (+3) = (+7) + (-11) = -4$

3.2. Propiedades de la suma de números enteros

Commutativa	Asociativa	Elemento neutro	Elemento opuesto
El orden de los sumandos no altera el resultado. $a + b = b + a$	La suma de varios números no depende del orden en que los asociamos. $(a + b) + c = a + (b + c)$	El 0 es el elemento neutro de la suma. $a + 0 = 0 + a = a$	Todo número entero tiene un opuesto, que sumado con él da 0. $a + (-a) = 0$

Practica y aprende

15. Comprueba la conmutatividad de la suma en los siguientes ejemplos:

a. $+1$ y $+(-6)$ b. $+(-9)$ y $+(-13)$ c. $+31$ y $+(-42)$

Recta numérica

Completa la ecuación con los números según la imagen.

- + - =

Recta numérica

Para usuarios AEON

- Libro impreso + libro digital gratuito
- Libro digital accesible desde la app (Android e IOS), ordenador o pizarra digital.
- Contenido también disponible en su totalidad offline, sin conexión a internet.

AEON PREMIUM – Plataforma para la creación de contenidos propios

- Interacción alumnado-profesorado.
- Enriquece tus libros, abre tus propios documentos, crea cuadernos y presentaciones.
- Genera actividades y tareas personalizadas, compártelo con tus estudiantes y realiza su seguimiento.

Curiosidades matemáticas

Proyecto

Conocer y manejar diversas escalas para medir la temperatura.

Escalas para medir temperatura

Se suelen emplear tres escalas para medir temperaturas:

La escala Celsius.

La escala Celsius asigna el valor 0 °C al punto de fusión del hielo y 100 °C al punto de ebullición del agua.

La escala Kelvin.

La escala Kelvin es la empleada en el Sistema Internacional de Unidades. Esta escala asigna 0 K a la temperatura que denominamos cero absoluto, que es la temperatura más baja que se cree que puede existir en nuestro universo, y asigna 273 K al punto de congelación del agua y 373 K al punto de ebullición del agua. En esta escala no existen temperaturas negativas.

La escala Fahrenheit.

La escala Fahrenheit es la empleada por los anglosajones y asigna el valor de 32 °F al punto de congelación del agua y 212 °F al de ebullición. El intervalo entre estas dos temperaturas se divide en 180 partes iguales, cada una de ellas corresponde a un grado Fahrenheit.

Observa que tanto en la escala Celsius como en la Kelvin hay 100 unidades entre el punto de congelación y el punto de ebullición del agua. Por eso se dice que son escalas centígradas. Sin embargo, en la escala Fahrenheit hay 180 grados entre ambos puntos.

Actividad 1

Como acabas de ver, los 0 °C se corresponden con 273 K. Por tanto, para pasar de grados Celsius a kelvin tendrás que sumar 273, mientras que para transformar kelvin a grados Celsius debes restar 273. Completa las siguientes tablas:

Punto de ebullición	Mercurio	Plomo	Estaño	Oxígeno	Hidrógeno	Cloro
Kelvin	...	2022	...	90	...	239
Grados Celsius	357	...	2602	...	-253	...

Punto de fusión	Mercurio	Plomo	Estaño	Oxígeno	Hidrógeno	Cloro
Kelvin	234	54
Grados Celsius	...	327	232	...	-259	-101

Observa que

La unidad no es grados Kelvin sino, simplemente, kelvin en minúsculas y K en mayúsculas. Es decir: 250 kelvin = 250 K

Salón de la fama

Daniel Gabriel Fahrenheit
24 mayo 1686 – 16 septiembre 1736
físico alemán, la escala de temperatura nombrada en su honor sigue en uso en muchos países de habla inglesa

Salón de la fama

Unidades de medida

Temperatura (T) Celsius

Celsius: -253,15 °C

Kelvin: 20 °K

Unidades del SI: Inglés: Extra:

Unidad de medida

2 Técnicas de recuento

Al lanzar un dado 25 veces consecutivas se han obtenido los siguientes resultados:

1, 5, 2, 4, 2, 1, 2, 1, 6, 3, 6, 3, 5, 2, 5, 1, 5, 2, 6, 2, 1, 4, 3, 2, 3

Para analizar estos datos los podemos organizar en una tabla:

Resultado	1	2	3	4	5	6
N.º veces	5	7	4	2	4	3

2.1. Frecuencia absoluta

La **frecuencia absoluta** (f) de un dato de un experimento es el número de veces que aparece.

Ejemplo

En el experimento del lanzamiento del dado:

- La frecuencia absoluta del 1 es 5. Esto significa que de las 25 veces que se ha lanzado el dado, en 5 de ellas ha salido un 1.
- La frecuencia absoluta del 2 es 7...

2.2. Frecuencia relativa

La **frecuencia relativa** (f_r) de un dato es la relación entre la frecuencia absoluta, f , y el número total de datos de la muestra, N .

$$f_r = \frac{f}{N}$$

Leeamos que nuestro tenista favorito ha ganado tres partidos. Solo con este dato, no podemos juzgar cuál ha sido su rendimiento. Nos haremos una idea más acertada si relacionamos el número de partidos ganados con el número de partidos jugados.

El rendimiento de nuestro tenista es muy distinto si ganó tres partidos de cuatro jugados, que si jugó 10 partidos de los cuales ganó solo 3.

Ejemplo

Retomemos los datos del experimento del dado. Sabemos que el número total de lanzamientos fue $N = 25$ (coincide con la suma de todas las frecuencias absolutas). Para calcular las frecuencias relativas de cada uno de los datos bastará con realizar el cociente entre la correspondiente frecuencia absoluta y $N = 25$. De este modo, podremos construir la tabla de margen.

Reflexiona

A tenor de estas tiradas, ¿qué número consideras que es más probable que salga si lanzamos una vez más el dado?



Notación

Para escribir matemáticamente la frecuencia absoluta de un elemento podemos escribir:

$$f_1 = 5, f_2 = 7, f_3 = 4, f_4 = 2, f_5 = 4, f_6 = 3$$

Resultado	f	f_r
1	5	$\frac{5}{25}$
2	7	$\frac{7}{25}$
3	4	$\frac{4}{25}$
4	2	$\frac{2}{25}$
5	4	$\frac{4}{25}$
6	3	$\frac{3}{25}$

Practica y aprende

- En una comunidad de vecinos se ha pasado una encuesta para averiguar de qué color prefieren que se pusieran los toldos que han de instalarse en los balcones. En la tabla de margen se muestran los datos obtenidos. Construye una tabla con las frecuencias absolutas y relativas para cada uno de los colores.

Blanco	N	N	N
Verde	N	N	N
Azul	N	N	N
Rojo	N	N	N
Negro	N	N	N

Observa

A diferencia de los números racionales, que son cocientes de números enteros, la razón entre dos números puede ser el cociente de dos números decimales e incluso irracionales.

El número de oro

La **razón áurea**, también llamada número de oro, es:

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

se encuentra presente en la anchura de muchos moluscos, en disposición de los pétalos de muchas hojas e incluso en el cuerpo humano.

Propiedad fundamental

En toda proporción se cumple que el producto de medios es igual al producto de extremos.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Observa

Dada cualquier proporción:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

se cumple que:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b} = \frac{a+c}{b+d}$$

Practica y aprende

- Determina si las siguientes fracciones forman una proporción:
 - $\frac{3}{5}$ y $\frac{6}{15}$
 - $\frac{4}{8}$ y $\frac{6}{9}$
 - $\frac{15}{8}$ y $\frac{3}{4}$
 - $\frac{15}{9}$ y $\frac{10}{6}$
- Halla en cada caso dos números distintos de 1 cuya razón sea:
 - 3
 - 5
 - 0,5
 - 1,5
 - 1,3
 - 1,6
- Determina en cada caso si los siguientes números, y en ese orden, forman una proporción:
 - 1, 2, 3 y 4
 - 3, 9, 5 y 15
 - 2, 8, 8 y 32
 - 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$ y 2
- ¿Pueden formar tres números impares y uno par una proporción? Razona tu respuesta.
- Comprueba que los números 2, 3, 10 y 15 forman una proporción.
 - En la proporción anterior, intercambia los medios entre sí. ¿Siguen formando una proporción?
 - En la proporción anterior, intercambia los extremos entre sí. ¿Siguen formando una proporción?
 - ¿Qué conclusión obtienes?

1 Razón y proporción

Se llama **razón entre dos números** al cociente entre ellos. Esto es, dados dos números a y b la razón entre ellos será el cociente $\frac{a}{b}$ que se lee como «a es a b».

La razón entre dos números puede ser un número entero, un decimal exacto, un decimal periódico e incluso un número irracional.

Ejemplos

- La razón entre 12 y 3 es $\frac{12}{3} = 4$ que es un número entero.
- La razón entre 2 y 5 es $\frac{2}{5} = 0,4$ que es un número decimal exacto.
- La razón entre 2 y 3 es $\frac{2}{3} = 0,6$ que es un decimal periódico puro.
- La razón entre $\sqrt{2}$ y 1 es $\frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$ que es un número irracional.

Se llama **proporción** a una igualdad entre dos razones. Los números a , b , c y d forman una proporción si la razón entre a y b es la misma que entre c y d , es decir:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ que se lee «a es a b como c es a d»}$$

En la proporción anterior a y d se llaman **extremos** y c y b se llaman **medios**.

Ejemplos

- Los números 3, 5, 6 y 10 están en proporción, pues $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ ya que $3 \cdot 10 = 5 \cdot 6$
- Los números 2, 5, 6 y 16 no están en proporción, pues $\frac{2}{5} \neq \frac{6}{16}$ ya que $2 \cdot 16 = 32 \neq 30 = 5 \cdot 6$

3 Magnitudes

Una magnitud es una propiedad que se puede medir. Son ejemplos de magnitudes el tiempo, la masa, el volumen o el precio.

No son magnitudes...

Hay muchas características que no se pueden medir de forma rigurosa y, por tanto, no son magnitudes. Por ejemplo, no son magnitudes la felicidad, la belleza o la simpatía.

El resultado de medir una magnitud es la **cantidad**.

Medir es comparar una magnitud con otra que se toma como referencia.

Durante siglos se han venido utilizando en cada país unidades de medidas tradicionales y específicas, tales como: pulgadas, pies, palmos, libras, onzas, arrobas, etc.

A finales del siglo XVIII, con el fin de facilitar el comercio y las comunicaciones entre los países, se estableció el **Sistema Métrico Internacional de Medidas**, también conocido como **Sistema Métrico Decimal**. Este sistema ha sido la base del **Sistema Internacional de Unidades (SI)** que está vigente, prácticamente, en todo el mundo y utiliza como medidas fundamentales las siguientes:

SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES		
Magnitud	Unidad	Símbolo
Longitud	Metro	m
Masa	Kilogramo	kg
Tiempo	Segundo	s
Intensidad eléctrica	Amperio	A
Temperatura	Kelvin	K
Cantidad de sustancia	Mol	mol
Intensidad luminosa	Candela	cd

Practica y aprende

- Indica cuáles de las siguientes características son magnitudes:
 - La velocidad.
 - La hermosura.
 - La fuerza.
 - El tiempo.
 - El calor.
 - La capacidad.
 - La agilidad.
 - El volumen.
 - El dolor.
 - La altura.
- ¿Qué unidades emplearías para medir las siguientes magnitudes?
 - La distancia entre dos ciudades.
 - El grosor de un libro.
 - La masa de una persona.
 - La altura de una torre.
 - La velocidad de un atleta.
 - La temperatura de un día de verano.
- ¿Cómo calcularías el grosor de una hoja de tu libro de Matemáticas?



Animación 3D



¡VAMOS A MEDIR!

- ¿Qué información necesitamos saber para organizar una excursión escolar?
- ¿Cuánto tiempo va a tardar?
- ¿Avanzamos todos la misma distancia en cada paso?
- ¿Por qué es importante hacer una estimación?
- ¿Cómo podemos comparar la masa y la densidad de dos materiales?
- ¿Por qué es útil medir las cosas?

Lección digital: son situaciones de aprendizaje donde, a partir de un tema, se proponen cuestiones, textos, vídeos, animaciones, tareas, etc., encaminadas a fomentar el desarrollo de las distintas competencias y capacidades del alumnado.

Vídeo

Calcular el número áureo

Diagrama que muestra la proporción áurea $\frac{a}{x} = \frac{a+x}{a}$ con líneas de medida y flechas que indican la construcción geométrica.

ANDALUCÍA



www.aeonlibros.com



comercial@aeonlibros.com



656 255 506



638 925 245

