

# Matemáticas

Repasa y aprueba

3<sup>o</sup>  
ESO

Solucionario

# Matemáticas

Repasa y aprueba

3<sup>o</sup>  
ESO

Solucionario



**Autores**

Pedro Ortega Pulido  
Laura Mollejo Villasevil

**Jefe de ediciones**

Fadel Akhamlich Campos

**Edición**

Ana Colera Cañas

**Corrección numérica**

Óscar Reynaldo Madiedo Castro

**Responsable maquetación**

Esther Bermejo Vez

**Maquetación**

Aralia XXI

**Diseño de cubiertas**

Aralia XXI

**Diseño de interiores**

Aralia XXI

**Ilustraciones**

Ana Colera Cañas

**Grupo APYCE**

c/ Uranio, 5, Pol. Ind. San José de Valderas  
28918 Leganés (Madrid)

Tel./Fax: 916 19 32 60  
www.librosapyce.com  
info@librosapyce.com

© Pedro Ortega Pulido  
© Laura Mollejo Villasevil  
© Aplicaciones Pedagógicas y Comercialización Editorial (APYCE), S. L.

Cuaderno  
ISBN: 978-84-16474-04-2  
Depósito legal: M-27118-2015  
Solucionario  
ISBN: 978-84-16474-05-9  
Depósito legal: M-27117-2015  
Impreso en España

Aralia XXI es un sello editorial de  
Grupo APYCE



No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, ni su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin permiso previo por escrito del editor.

# Índice

## 1. Los números racionales. Números reales I ...4

- Fracciones
- Fracciones equivalentes. Simplificación
- Comparación y ordenación de fracciones
- Suma y resta de fracciones
- Multiplicación y división de fracciones
- Operaciones combinadas con fracciones
- Potencias y raíces cuadradas de números fraccionarios

## 2. Números reales II ..... 14

- Decimales y fracciones
- Paso de número decimal a fracción. Fracción generatriz
- Números reales. Representación
- Aproximación decimal y errores
- Potencias de exponente entero
- Raíces
- Operaciones con raíces
- Extraer e introducir factores dentro del signo radical. Suma y resta de radicales
- Notación científica

## 3. Polinomios .....26

- Expresiones algebraicas
- Monomios. Suma y resta
- Monomios. Multiplicación y división
- Polinomios. Suma y resta
- Multiplicación de polinomios
- División de polinomios
- Potencias de polinomios. Identidades notables
- Factor común
- Lenguaje algebraico

## 4. Ecuaciones .....36

- Concepto de ecuación. Elementos de una ecuación
- Ecuaciones de primer grado
- Ecuaciones de primer grado con denominadores
- Ecuaciones de segundo grado con una incógnita
- Discriminante
- Propiedades de las soluciones
- Ecuaciones de segundo grado incompletas
- Ecuaciones de segundo grado con denominadores

## 5. Sistemas de ecuaciones .....46

- Sistemas de ecuaciones lineales. Solución de un sistema
- Clasificación de los sistemas de ecuaciones
- Método de reducción
- Método de sustitución
- Método de igualación
- Problemas con sistemas

## 6. Proporcionalidad directa e inversa. Porcentajes ..... 54

- Proporcionalidad directa e inversa
- Repartos directamente proporcionales
- Repartos inversamente proporcionales
- Proporcionalidad compuesta
- Porcentajes
- Aumentos y disminuciones porcentuales. Índice de variación
- Interés simple y compuesto

## 7. Sucesiones .....64

- Definición
- Término general de una sucesión
- Progresiones aritméticas
- Suma de los términos de una progresión aritmética
- Progresiones geométricas
- Suma de los términos de una progresión geométrica

## 8. Geometría en el plano .....74

- Ángulos
- Teorema de Tales
- Semejanza de triángulos
- Teorema de Pitágoras
- Aplicaciones del teorema de Pitágoras
- Áreas de polígonos
- Áreas de figuras circulares
- Áreas de figuras compuestas

## 9. Transformaciones en el plano .....84

- Coordenadas cartesianas
- Vectores
- Operaciones con vectores
- Traslaciones
- Simetría axial
- Simetría central
- Giros

## 10. Cuerpos geométricos .....92

- Poliedros
- Prismas. Áreas y volumen
- Pirámides. Áreas y volumen
- El teorema de Pitágoras en el espacio
- Cuerpos de revolución. Áreas y volumen
- La esfera

## 11. Funciones ..... 102

- Definición
- Formas de expresar una función
- Dominio y recorrido
- Continuidad y discontinuidad. Crecimiento y decrecimiento
- Máximos y mínimos
- Estudio gráfico de funciones

## 12. Funciones lineales y afines ..... 110

- Ecuación de una recta conocido un punto y la pendiente
- Ecuación de una recta que pasa por dos puntos
- Rectas paralelas y rectas secantes
- Función de proporcionalidad directa o lineal
- Función afín
- Función constante

## 13. Estadística y probabilidad ..... 118

- Conceptos elementales
- Tablas de frecuencias
- Representación gráfica
- Medidas de centralización
- Medidas de dispersión
- Experimentos aleatorios
- Sucesos
- Operaciones con sucesos
- Probabilidad. Regla de Laplace

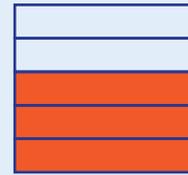
# 1

## Los números racionales. Números reales I

### 1.1 Fracciones

Una **fracción** es el cociente indicado de dos números enteros. Tiene dos elementos: el **numera-  
dor** (en la parte superior) y el **denominador** (en la parte inferior) separados por una raya que  
simboliza la división.

$\frac{3}{5}$   
**3** ← **Numerador:** indica el número de partes iguales que se toman de la unidad.  
**5** ← **Denominador:** indica el número de partes iguales en que se divide la unidad.



El rectángulo está dividido en 5 partes iguales y se toman 3.

Una fracción se puede representar de varias formas: escrita, numéricamente, gráficamente y en la recta numérica.

Escrita	Numérica	Gráfica	Recta numérica
Tres cuartos	$\frac{3}{4}$		

A la unión de todos los números enteros y de todos los números fraccionarios se le llama conjunto de los **números racionales** y se denota por  $\mathbb{Q}$ .

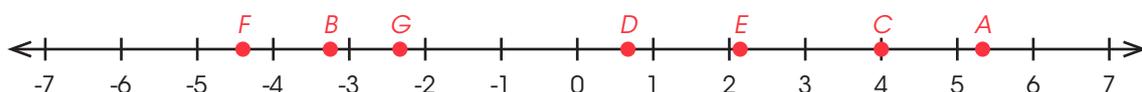
**Los números racionales son aquellos que se pueden poner en forma de fracción.**

1 Escribe en forma numérica la fracción representada en cada dibujo:

$\frac{7}{5}$	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$

2 Sitúa en la recta, de forma aproximada, los siguientes números racionales:

$$A = \frac{16}{3}, \quad B = -\frac{13}{4}, \quad C = \frac{20}{5}, \quad D = \frac{2}{3}, \quad E = \frac{15}{7}, \quad F = -\frac{22}{5}, \quad G = -\frac{7}{3}$$



## 1.2 Fracciones equivalentes. Simplificación

**Dos fracciones son equivalentes** o iguales si representan la misma cantidad.

Dos fracciones  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d}$  son equivalentes si  $a \cdot d = b \cdot c$ .

Dicho de otra forma, el producto de extremos ( $a$  y  $d$ ) es igual al producto de medios ( $b$  y  $c$ ).

Ejemplo. Las fracciones  $\frac{2}{5}$  y  $\frac{6}{15}$  son equivalentes puesto que  $2 \cdot 15 = 5 \cdot 6$ .

**Para simplificar una fracción** debemos dividir el numerador y el denominador entre el mismo número.

Cuando una fracción no se puede simplificar más decimos que hemos obtenido la **fracción irreducible**.

Ejemplo. Para obtener la fracción irreducible de  $\frac{60}{84}$ , simplificamos dividiendo el numerador y el denominador por el M.C.D.  $(60, 84) = 12$ , así:

$$\frac{60}{84} = \frac{60 : 12}{84 : 12} = \frac{5}{7} \quad \text{La fracción irreducible es } \frac{5}{7}.$$

Podemos encontrar **fracciones equivalentes** a unas fracciones dadas con el mismo denominador, esto será muy útil para después poder sumarlas, restarlas y compararlas. Para ello, buscaremos el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de los denominadores y ese será el nuevo denominador, y calcularemos los nuevos numeradores dividiendo este m.c.m. entre los antiguos denominadores y multiplicando por los numeradores.

Ejemplo. Reducir a común denominador  $\frac{2}{15}$  y  $\frac{5}{9}$ . Primero calcularemos el m.c.m. de los denominadores, m.c.m.  $(15, 9) = 45$ , por lo tanto  $\frac{(45:15) \cdot 2}{45}$  y  $\frac{(45:9) \cdot 5}{45}$  y realizando la operación nos quedan:  $\frac{6}{45}$  y  $\frac{25}{45}$  que son fracciones equivalentes a las primeras, pero con el mismo denominador.

- 3 Agrupa las fracciones que sean equivalentes de entre:  $\frac{4}{10}; \frac{3}{4}; \frac{12}{16}; \frac{2}{5}; \frac{6}{15}; \frac{9}{12}; \frac{12}{30}$ .

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5} = \frac{6}{15} = \frac{12}{30} \text{ y también son equivalentes } \frac{3}{4} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16}.$$

- 4 Completa los términos que faltan para que las fracciones sean equivalentes:

a.  $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

b.  $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$

c.  $\frac{7}{9} = \frac{35}{45}$

- 5 Halla la fracción irreducible de las siguientes fracciones:

a.  $\frac{168}{420} = \frac{2}{5}$

b.  $\frac{342}{216} = \frac{19}{12}$

c.  $\frac{286}{429} = \frac{2}{3}$

- 6 Reduce las siguientes fracciones a mínimo común denominador:

a.  $\frac{4}{3}, \frac{9}{10}, \frac{7}{15}$

$\frac{40}{30}, \frac{27}{30}, \frac{14}{30}$

b.  $-\frac{3}{8}, -\frac{7}{12}, -\frac{5}{4}$

$-\frac{9}{24}, -\frac{14}{24}, -\frac{30}{24}$

### 1.3 Comparación y ordenación de fracciones

Al comparar y ordenar varias fracciones pueden presentarse tres situaciones:

- a. Que todas las fracciones tengan el **mismo denominador**, en este caso será mayor la fracción que tenga mayor numerador.

Ejemplo. En las fracciones  $\frac{7}{9}$ ,  $\frac{17}{9}$  y  $\frac{5}{9}$  la ordenación es  $\frac{17}{9} > \frac{7}{9} > \frac{5}{9}$ .

- b. Que todas las fracciones tengan el **mismo numerador**, en este caso será mayor la fracción que tenga menor denominador.

Ejemplo. En las fracciones  $\frac{7}{4}$ ,  $\frac{7}{15}$  y  $\frac{7}{2}$  la ordenación es  $\frac{7}{2} > \frac{7}{4} > \frac{7}{15}$ .

- c. Que las fracciones tengan **distintos numeradores y denominadores**, en este caso se reducen las fracciones a común denominador y se comparan los numeradores como en el primer caso.

Ejemplo. Para ordenar las fracciones  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{7}{12}$  y  $\frac{11}{3}$  primero las reducimos a común denominador:

m.c.m. (6, 12, 3) = 12; por lo que  $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ ,  $\frac{7}{12} = \frac{7}{12}$  y  $\frac{11}{3} = \frac{44}{12}$  y entonces tendremos  $\frac{11}{3} > \frac{5}{6} > \frac{7}{12}$ .

- 7 Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones:

a.  $\frac{7}{8}$ ,  $\frac{5}{8}$ ,  $\frac{11}{8}$                        $\frac{5}{8} < \frac{7}{8} < \frac{11}{8}$

b.  $\frac{3}{7}$ ,  $\frac{3}{11}$ ,  $\frac{3}{8}$                        $\frac{3}{11} < \frac{3}{8} < \frac{3}{7}$

c.  $\frac{5}{3}$ ,  $-\frac{4}{3}$ ,  $\frac{4}{3}$                        $-\frac{4}{3} < \frac{4}{3} < \frac{5}{3}$

- 8 Ordena de mayor a menor las siguientes fracciones:

a.  $\frac{5}{12}$ ,  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{7}{16}$                        $\frac{7}{16} > \frac{5}{12} > \frac{3}{8}$

b.  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{5}{9}$ ,  $\frac{3}{18}$                        $\frac{5}{6} > \frac{5}{9} > \frac{3}{18}$

c.  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{12}{15}$ ,  $\frac{7}{12}$                        $\frac{12}{15} > \frac{2}{3} > \frac{7}{12}$

- 9 Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones:

a.  $\frac{11}{24}$ ,  $-\frac{7}{3}$ ,  $\frac{2}{7}$ ,  $-\frac{1}{6}$                        $-\frac{7}{3} < -\frac{1}{6} < \frac{2}{7} < \frac{11}{24}$

b.  $-\frac{7}{8}$ ,  $-\frac{5}{12}$ ,  $-\frac{5}{4}$ ,  $-\frac{1}{2}$                        $-\frac{5}{4} < -\frac{7}{8} < -\frac{1}{2} < -\frac{5}{12}$

## 1.4 Suma y resta de fracciones

Para sumar, o restar, fracciones debemos **observar los denominadores**:

- a. Para sumar, o restar, fracciones que tienen el **mismo denominador** se suman, o restan, los numeradores y se deja el mismo denominador.

Ejemplos. Suma:  $\frac{5}{7} + \frac{6}{7} = \frac{5+6}{7} = \frac{11}{7}$   
 Resta:  $\frac{7}{2} - \frac{3}{2} = \frac{7-3}{2} = \frac{4}{2} = 2$

- b. Para sumar, o restar, fracciones con **distinto denominador** primero se reducen todas ellas a común denominador (con el m.c.m. de los denominadores) y se suman, o restan, las fracciones obtenidas como en el primer caso.

Ejemplo.  $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{9}{10} = \frac{4 \cdot 2}{20} + \frac{5 \cdot 3}{20} - \frac{2 \cdot 9}{20} = \frac{8}{20} + \frac{15}{20} - \frac{18}{20} = \frac{8+15-18}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

- c. Para sumar, o restar, **un número entero a una fracción** consideramos el número entero como una fracción que tiene como denominador 1.

Ejemplos.  $4 + \frac{3}{5} = \frac{4}{1} + \frac{3}{5} = \frac{5 \cdot 4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{20}{5} + \frac{3}{5} = \frac{20+3}{5} = \frac{23}{5}$   
 $2 - \frac{1}{3} = \frac{2}{1} - \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{6}{3} - \frac{1}{3} = \frac{6-1}{3} = \frac{5}{3}$

- 10 Realiza las siguientes operaciones con fracciones y simplifica el resultado:

a.  $\frac{7}{3} + \frac{5}{3} + \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$

d.  $\left(\frac{7}{8} - \frac{9}{8}\right) - \left(\frac{17}{8} - \frac{3}{8} - \frac{11}{8} + \frac{5}{8}\right) = \frac{-5}{4}$

b.  $\frac{1}{2} + \frac{7}{2} - \frac{5}{2} = \frac{3}{2}$

e.  $\frac{2}{5} + \left(\frac{7}{5} - \frac{3}{5}\right) - \frac{1}{5} = 1$

c.  $\frac{1}{11} - \frac{7}{11} - \frac{5}{11} = -1$

f.  $\left(\frac{7}{13} - \frac{1}{13}\right) - \left(\frac{12}{13} - \frac{3}{13}\right) = \frac{-3}{13}$

- 11 Calcula y simplifica si fuese posible:

a.  $\frac{2}{7} + 9 - \frac{5}{3} = \frac{160}{21}$

c.  $\frac{10}{3} - 5 + \frac{2}{5} - \frac{3}{2} = \frac{-83}{30}$

b.  $5 - \frac{11}{3} + \frac{4}{9} = \frac{16}{9}$

d.  $\frac{7}{12} + 3 - \frac{1}{6} + \frac{5}{2} = \frac{71}{12}$

- 12 Opera y simplifica:

a.  $\frac{4}{12} + \frac{7}{10} - \frac{7}{2} = \frac{-37}{15}$

b.  $\frac{13}{15} - \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}\right) - \left(\frac{4}{21} - \frac{5}{7}\right) = \frac{139}{105}$

c.  $\frac{2}{3} - \left(\frac{5}{6} - 2\right) + \frac{5}{3} - \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{5}\right) = \frac{77}{20}$

d.  $\left(\frac{8}{7} + \frac{1}{14}\right) - \left(\frac{7}{2} + 5\right) - \frac{3}{4} = \frac{-225}{28}$

## 1.5 Multiplicación y división de fracciones

**El producto de dos fracciones** es otra fracción que tiene como numerador el producto de los numeradores y como denominador el producto de los denominadores.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Ejemplos.  $\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{3} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 3} = \frac{10}{21}$        $5 \cdot \frac{4}{6} = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 6} = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 6} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$

**La inversa de una fracción** es otra fracción que tiene por numerador el denominador de la primera y por denominador el numerador de la primera.

Inversa  $\frac{a}{b} = \frac{b}{a}$

Ejemplo. La inversa de  $\frac{2}{5}$  es  $\frac{5}{2}$ .

**El cociente de dos fracciones** es otra fracción que resulta de multiplicar a la primera por la inversa de la segunda. Por tanto, el cociente de dos fracciones es otra fracción que tiene como numerador el producto del numerador de la primera por el denominador de la segunda y como denominador el producto del denominador de la primera por el numerador de la segunda.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Ejemplos. Veamos varios ejemplos:

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} : \frac{3}{7} &= \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{14}{15} \\ \frac{5}{4} : 3 &= \frac{5}{4} : \frac{3}{1} = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{12} \\ 2 : \frac{5}{9} &= \frac{2}{1} : \frac{5}{9} = \frac{2}{1} \cdot \frac{9}{5} = \frac{18}{5} \end{aligned}$$

13 Calcula los siguientes productos de fracciones y simplifica su resultado:

a.  $\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{15}{4}$

d.  $\frac{4}{7} \cdot 8 \cdot \frac{21}{32} = 3$

b.  $\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{4} = \frac{5}{4}$

e.  $\frac{3}{12} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{15} = \frac{2}{135}$

c.  $5 \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{9} = \frac{5}{21}$

f.  $6 \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{8}{9} = \frac{64}{21}$

14 Escribe la fracción inversa de los siguientes números o fracciones:

a.  $\frac{7}{4}$  Inversa:  $\frac{4}{7}$

b.  $\frac{1}{4}$  Inversa: 4

c. 9 Inversa:  $\frac{1}{9}$

d.  $\frac{2}{9}$  Inversa:  $\frac{9}{2}$

15 Calcula las siguientes divisiones de fracciones y simplifica su resultado:

a.  $\frac{2}{5} : \frac{4}{9} = \frac{9}{10}$

d.  $\frac{6}{8} : 4 = \frac{3}{16}$

g.  $\frac{9}{2} : 3 = \frac{3}{2}$

b.  $\frac{5}{7} : \frac{2}{3} = \frac{15}{14}$

e.  $3 : \frac{1}{7} = 21$

h.  $\frac{6}{5} : \frac{7}{6} = \frac{36}{35}$

c.  $\frac{4}{7} : \frac{3}{6} = \frac{8}{7}$

f.  $\frac{5}{3} : \frac{15}{2} = \frac{2}{9}$

i.  $\frac{7}{5} : \frac{5}{7} = \frac{49}{25}$

## 1.6 Operaciones combinadas con fracciones

**Para realizar operaciones combinadas con fracciones** tenemos que tener en cuenta el siguiente orden de prioridad:

- 1.º Se realizan las operaciones entre paréntesis.
- 2.º Se efectúan las multiplicaciones y las divisiones.
- 3.º Se realizan las sumas y restas.

$$\text{Ejemplo. } \frac{2}{3} - \frac{4}{5} : \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) \cdot 4 = \frac{2}{3} - \frac{4}{5} : \left( \frac{2}{4} + \frac{3}{4} \right) \cdot 4 = \frac{2}{3} - \frac{4}{5} : \frac{5}{4} \cdot 4 = \frac{2}{3} - \frac{16}{25} \cdot 4 = \frac{2}{3} - \frac{64}{25} = \frac{50}{75} - \frac{192}{75} = \frac{-142}{75}$$

**La fracción de una cantidad, o de un número**, es el resultado de multiplicar esa fracción por la cantidad o por el número.

$$\text{Ejemplos. } \frac{2}{5} \text{ de } 250 = \frac{2}{5} \cdot 250 = \frac{2 \cdot 250}{5} = 100; \quad \frac{2}{7} \text{ de } \frac{5}{9} = \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{9} = \frac{10}{63}$$

16 Realiza las siguientes operaciones combinadas y simplifica el resultado:

$$\text{a. } \left( \frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{5}{8} \right) : \frac{23}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\text{d. } \frac{4 - \frac{2}{5} \cdot \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{12} \right)}{5 + \frac{3}{25} \cdot \left( \frac{3}{2} - \frac{5}{4} \right)} = \frac{1120}{1509}$$

$$\text{b. } \left( \frac{12}{15} - \frac{8}{25} \right) \cdot \left( \frac{7}{22} + \frac{-12}{33} \right) = \frac{-6}{275}$$

$$\text{e. } \frac{\left( \frac{1}{3} - \frac{4}{9} \right) \cdot \left( \frac{5}{4} - \frac{7}{6} \right)}{\left( \frac{5}{12} - \frac{7}{6} \right) \cdot \frac{5}{3} + 3} = \frac{-1}{189}$$

$$\text{c. } \frac{\frac{1}{2} - \left( \frac{3}{4} - 2 \right)}{\frac{3}{4} + 3} = \frac{7}{15}$$

$$\text{f. } \left( \frac{3}{2} - \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \right) : \left[ 3 - \frac{3}{2} \cdot \left( 2 + \frac{7}{3} \right) \right] = \frac{-5}{21}$$

17 Calcula:

a.  $\frac{5}{3}$  de 300 = 500

b.  $\frac{6}{9}$  de  $\frac{2}{5} = \frac{4}{15}$

c.  $\frac{3}{4}$  de 28 = 21

d.  $\frac{3}{7}$  de  $\frac{5}{2} = \frac{15}{14}$

18 Raquel ha donado los  $\frac{3}{5}$  de su paga a una asociación ecologista. Si su paga son 45 €, ¿cuánto dinero se ha quedado ella?

Solución: se ha quedado con  $\frac{2}{5}$  de su paga,  $\frac{2}{5}$  de 45 =  $\frac{2}{5} \cdot 45 = 18$  € se ha quedado ella.

19 Miguel sale de su casa y va en bicicleta a la de David. Durante los 10 primeros minutos recorre  $\frac{1}{3}$  del camino, después de parar a beber agua sigue pedaleando hasta que hace otros  $\frac{2}{5}$  del camino. Si la distancia entre sus casas es de 15 km, ¿cuánto le queda por recorrer para llegar a su destino?

Solución: si ha recorrido  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{2}{5}$  del camino, en total ha recorrido  $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$ , por lo tanto, le quedan  $\frac{4}{15}$  de 15 km por recorrer. Es decir, 4 km.

## 1.7 Potencias y raíces cuadradas de números fraccionarios

**Para elevar una fracción a una potencia** se elevan el numerador y el denominador a dicha potencia.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Ejemplo.  $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$

**La raíz cuadrada de una fracción** es otra fracción cuyo cuadrado es la fracción indicada. La fracción tiene como numerador la raíz cuadrada del numerador y como denominador la raíz cuadrada del denominador.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Ejemplo.  $\sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{64}} = \frac{7}{8}$

**Para realizar operaciones combinadas** con fracciones debemos tener en cuenta si existen potencias o raíces, ya que en ese caso, debemos realizar las potencias y las raíces en primer lugar.

Ejemplo.  $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)^2 - \sqrt{\frac{64}{729}} = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right)^2 - \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{729}} =$   
 $= \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{8}{27} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{16} - \frac{8}{27} = \frac{2}{48} - \frac{8}{27} = \frac{18}{432} - \frac{128}{432} = \frac{-110}{432} = \frac{-55}{216}$

20 Realiza las operaciones y simplifica el resultado:

a.  $\left[\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{9}\right) + 3\left(\frac{2}{3} - 2\right)^2\right] : \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{-593}{4}$

b.  $\frac{\left(3 + \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right)^2}{\left(2 - \frac{5}{2}\right)^3} = -160$

c.  $-\sqrt{\frac{9}{64}} \cdot \left[4 + \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{5}\right)^2 - \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{6} : \frac{1}{3} + \frac{2}{9}\right)\right] = \frac{-2\,693}{1\,200}$

## Problemas

Para resolver los problemas de fracciones deberemos seguir los siguientes pasos:

- Leeremos atentamente el enunciado del problema, entendiéndolo bien.
- Identificaremos lo que el problema nos pide.
- Expresaremos los datos del problema con fracciones relacionadas con la incógnita.
- Relacionaremos los datos, obtendremos la solución del problema e interpretaremos el resultado, observando si dicho resultado es coherente.

Ejemplo. Un depósito contiene 100 litros de aceite, lo que supone los  $\frac{2}{6}$  de su capacidad. ¿Cuánto aceite cabe en el depósito cuando está lleno?

Llamamos  $x$  a los litros de aceite que caben en el depósito.

Luego, como nos dice que los  $\frac{2}{6}$  de su capacidad son 100 operamos:  $\frac{2}{6} \cdot x = 100$  litros.

Por lo que si resolvemos y despejamos la  $x$  nos queda que  $x = \frac{100 \cdot 6}{2} = \frac{600}{2} = 300$ .

Por lo tanto, en el depósito caben 300 litros de aceite.

- 1 David gastó  $\frac{1}{3}$  de su sueldo en la hipoteca y  $\frac{2}{5}$  en la comida de todo el mes. Si ha conseguido ahorrar a final de mes 340 €, ¿cuánto dinero cobra mensualmente?

Solución: 1 275€

- 2 De un tonel de vino de 600 litros extraemos primero  $\frac{1}{3}$  de su capacidad, luego  $\frac{1}{2}$  del resto y finalmente, sacamos 50 litros. ¿Cuántos litros quedan en el tonel?

Solución: 150 litros

- 3 Andrea gasta  $\frac{2}{3}$  de su paga en golosinas. Después gasta los  $\frac{2}{9}$  del resto en unos cromos. Si al final le sobran 7 €, ¿cuánto dinero tenía de paga?

Solución: 27 €

## Autoevaluación

1. Indica la fracción que es mayor:

- a.  $\frac{6}{5}$                       c.  $\frac{3}{4}$   
 b.  $\frac{9}{6}$                       d.  $\frac{10}{7}$

2. Indica la fracción que es menor:

- a.  $\frac{2}{9}$                       c.  $\frac{3}{17}$   
 b.  $\frac{5}{12}$                       d.  $\frac{5}{4}$

3. ¿Cuál de las siguientes fracciones es equivalente a  $\frac{3}{5}$ ?

- a.  $\frac{9}{10}$                       c.  $\frac{6}{15}$   
 b.  $\frac{12}{20}$                       d.  $\frac{9}{25}$

4. El resultado de  $\frac{2}{7} + \frac{3}{4}$  es:

- a.  $\frac{3}{10}$                       c.  $\frac{2}{25}$   
 b.  $\frac{29}{28}$                       d.  $\frac{15}{5}$

5. Al calcular  $\frac{5}{3} - 2 + \frac{2}{9}$  obtenemos:

- a.  $-\frac{1}{9}$                       c.  $-\frac{8}{3}$   
 b.  $\frac{2}{3}$                       d.  $\frac{4}{3}$

6. El producto  $\frac{8}{7} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{-1}{2}$  es igual a:

- a.  $-\frac{24}{7}$                       c.  $-\frac{12}{35}$   
 b.  $\frac{24}{5}$                       d.  $\frac{40}{21}$

7. La división  $7 : \frac{8}{5}$  da como resultado:

- a.  $\frac{7}{5}$                       c.  $\frac{35}{8}$   
 b.  $\frac{56}{5}$                       d.  $\frac{40}{21}$

8. La operación  $\frac{4}{7} - \left(\frac{1}{5} + \frac{7}{15}\right)^2$  es igual a:

- a.  $\frac{8}{7}$                       c.  $\frac{8}{63}$   
 b.  $\frac{28}{35}$                       d.  $\frac{8}{70}$

9. El inverso de  $\left(\frac{1}{7}\right)^2$  es:

- a.  $\frac{1}{7}$                       b.  $\frac{7}{1}$                       c.  $\frac{49}{1}$                       d.  $\frac{1}{49}$

10. El resultado de  $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)^2$  es:

- a.  $\frac{6}{35}$                       b.  $\frac{1}{6}$                       c.  $\frac{1}{24}$                       d.  $\frac{9}{7}$

11. Juan ha gastado  $\frac{3}{10}$ , si aún le queda 21 €, al principio tenía:

- a. 27                      b. 30                      c. 31                      d. 32

12. Qué representan  $\frac{5}{9}$  de 90:

- a. 50                      b. 40                      c. 18                      d. 162

13. ¿Qué fracción representa un tercio de un tercio?

- a.  $\frac{2}{3}$                       b.  $\frac{1}{3}$                       c.  $\frac{1}{9}$                       d.  $\frac{8}{9}$

14. Las dos quintas partes de una cantidad es igual a 20, ¿cuál es la cantidad?

- a. 100                      b. 40                      c. 50                      d. 80

15. El resultado de  $\left(\frac{1}{3}\right)^2 : \left(\frac{3}{2}\right)^2$  es:

- a.  $\frac{1}{4}$                       b.  $\frac{4}{81}$                       c.  $\frac{4}{9}$                       d.  $\frac{1}{9}$

16. Al operar  $\sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \left[\frac{3}{4} - 1\right] - \left[-\sqrt{\frac{1}{16}}\right]$  obtenemos:

- a.  $\frac{24}{5}$                       b.  $\frac{6}{7}$                       c.  $\frac{1}{6}$                       d.  $-\frac{1}{3}$